



---

Stichting Mathematisch Centrum

**J A A R** V E R S L A G

'93

**Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam**  
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam



De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) is een non-profit organisatie met als doel het bevorderen van de systematische beoefening en toepassingen van de wiskunde en informatica. De SMC wordt gefinancierd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO).

### **Directie**

*Wetenschappelijk directeur*  
Prof. dr. P.C. Baayen

*Zakelijk directeur*  
Dr. ir. G. van Oortmerssen

### **Redactie**

Personeelsdienst SMC

### **Vormgeving en productie**

Facilitaire Dienst SMC

### **Uitgave**

juni 1994

Copyright ©1994 Stichting Mathematisch Centrum  
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam  
Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam  
Telefoon +31 20 592 9333  
Telefax +31 20 592 4199

# INHOUD

<b>Voorwoord</b>	5
<b>Stichting Mathematisch Centrum algemeen</b>	6
<i>Doelstelling en organisatie</i>	6
Doelstelling	6
Organisatie	6
<i>Algemene beschouwing</i>	8
Beleid	8
Wetenschappelijke Raad (WR)	11
Wetenschapscommissie (WEC)	11
Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW)	12
Onderzoek	12
Kennisoeverdracht, centrumfunctie	13
ERCIM	14
Financiën	14
SARA	15
<i>Bibliotheek en Informatiedienst</i>	16
<b>Landelijke Activiteiten Wiskunde</b>	18
<i>Algemeen</i>	18
Activiteiten in 1993	18
<i>Enige projectbeschrijvingen</i>	20
Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen	20
Statistiek voor grote parameterruimten: Functionele en structurele methoden	24
$H_\infty$ -Control voor oneindig-dimensionale systemen: een toestandsaanpak	27
Algebraïsch-meetkundige codes	29
Lie-groepen: Vectorwaardige Poisson-transformaties op symmetrische ruimten van rang één	32
Diophantische analyse van matrices	35
Interpreteerbaarheid en begrensde rekenkunde	39
Oplosbare modellen in de statistische mechanica	44

Dit deel van het Jaarverslag 1993 Stichting Mathematisch Centrum beschrijft de algemene activiteiten van de Stichting Mathematisch Centrum en de Landelijke Activiteiten Wiskunde.  
Het kan besteld worden bij SMC, mevrouw D.C.M. Amende-Konijn, tel. 020-592 4128.

De overige delen van het Jaarverslag 1993 zijn:

- Annual Report 1993 Centrum voor Wiskunde en Informatica (Engelstalig)
- Financieel Jaarverslag 1993 Stichting Mathematisch Centrum
- Sociaal Jaarverslag 1993 Stichting Mathematisch Centrum
- Overview Research Activities 1993 Centrum voor Wiskunde en Informatica (Engelstalig)

<i>Aandachtsprogramma: Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen</i>	48
De dynamica van gekoppelde Josephson juncties	48
<i>Centraal Jaartheme: Stochastiek</i>	51
Wachtrijtheorie	51
<i>Overzicht van lopende projecten</i>	55
Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde	55
Werkgemeenschap Stochastiek	55
Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie	56
Werkgemeenschap Discrete Wiskunde	57
Werkgemeenschap Analyse	58
Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde	59
Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde	60
Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica	60
Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde	61
Aandachtsprogramma Wiskundige Aspecten van Niet-lineaire Dynamische Systemen	61
Aandachtsprogramma Algoritmen in de Algebra	62
Aandachtsprogramma Rekenintensieve Methoden in de Stochastiek	62
<i>Publikaties</i>	63
Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde	63
Werkgemeenschap Stochastiek	63
Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie	64
Werkgemeenschap Discrete Wiskunde	65
Werkgemeenschap Analyse	66
Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde	67
Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde	67
Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica	68
Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde	68
<i>Academische promoties</i>	69
<b>Bijlagen</b>	70
Bijlage 1: Beleidsorganen van de Stichting Mathematisch Centrum	70
Bijlage 2: Financiën, personeel en promoties	71

# VOORWOORD

In de loop van dit verslagjaar heeft NWO de operatie *NWO op Maat* afgerond. De belangrijkste gevolgen voor de SMC waren:

- Opheffing van de scheiding in de subsidietoekenning aan het CWI en de Landelijke Activiteiten Wiskunde.
- Vervanging van de Wetenschapscommissie door de Wetenschappelijke Raad.
- Beëindiging van de geldgevende functie van de Werkgemeenschappen.
- Vereenvoudiging van de beoordelingsprocedures voor LAW-projecten.
- Benoeming van 3 leden van het Curatorium op voordracht van de Koninklijke Nederlandse Academie voor Wetenschappen.

Een andere belangrijke gebeurtenis voor de SMC is een wijziging in de managementstructuur, waartoe in het najaar in principe is besloten. Door deze wijziging zal de huidige zakelijk directeur, dr. ir. G. van Oortmerssen, algemeen directeur worden en zal een Wetenschappelijke Beleidsgroep worden ingesteld, bestaande uit de chefs van de wetenschappelijke afdelingen van het CWI onder voorzitterschap van de algemeen directeur.

Wetenschappelijk gezien is 1993 een zeer bevredigend jaar, vooral wegens het grote aantal academische promoties op het gebied van de wiskunde en informatica: liefst 13 medewerkers in de Landelijke Activiteiten Wiskunde en 8 CWI-medewerkers promoveerden in het verslagjaar. Het CWI heeft haar koers om strategisch onderzoek te verrichten, met waar mogelijk een vruchtbare samenwerking tussen wiskunde en informatica, voortgezet. Door diverse afdelingen zijn nieuwe projecten opgestart waarbij op een substantiële manier deze nieuwe elementen zichtbaar worden. De SMC draait volop mee in samenwerkingsverbanden op nationaal (de landelijke werkgemeenschappen, de universiteiten) en internationaal (ERCIM, ESPRIT) gebied. In het bijzonder neemt de SMC actief deel of gaat zij actief participeren in diverse nationale en internationale programma's op het gebied van High Performance Computing. Dit gebied belooft zeer

belangrijk te worden, nu de overheid heeft besloten de komende jaren *Mf 35* te investeren in diverse HPC-programma's, terwijl daarnaast NWO heeft besloten via een prioriteitsprogramma met een budget van *Mf 10* een extra impuls te geven aan het onderzoek op dit gebied.

Verdere gebeurtenissen die voor de SMC belang zijn, waren onder meer:

- De oprichting door NWO en de Universiteit van Amsterdam van IC<sup>3</sup>A, een onderzoekcentrum op het gebied van HPC, waaraan de SMC via NWO deelneemt.
- De oprichting van RIACA, een internationaal expertisecentrum voor Symbolisch Rekenen, waarvan de SMC penvoerder is.
- De realisatie van het Dynamisch Systemen Laboratorium.
- De toekenning van diverse budgetten aan de SMC voor specifieke doeleinden, zoals elf SION-projecten en drie STW-projecten op het CWI, alsmede door NWO gefinancierde proefprojecten Massaal Parallel Rekenen en speciale aandachtprogramma's.
- De reactie van het ministerie van Onderwijs en Wetenschappen op het in 1992 gepubliceerde rapport *Wiskunde in Beweging* door de Verkenningscommissie Wiskunde. In deze reactie werd het beleid van de SMC inzake het CWI in grote lijnen ondersteund.
- Ter bevordering en structurering van de samenwerking tussen het CWI en onderzoekscholen op het gebied van wiskunde en informatica heeft de SMC in 1993 een samenwerkingsovereenkomst afgesloten met de *Onderzoekschool Logica*.

Details van de hierboven geschetste gebeurtenissen zijn te vinden in de onderdelen Algemene Beschouwing en Landelijke Activiteiten Wiskunde. We kunnen samenvattend stellen dat de SMC een succesvol jaar achter de rug heeft. Bijzondere dank is op zijn plaats voor de velen, binnen en buiten de Stichting, die hiertoe hebben bijgedragen.

G. Y. Nieuwland  
Voorzitter Curatorium

# STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM

## ALGEMEEN

### Doelstelling en organisatie

#### Doelstelling

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) werd op 11 februari 1946 opgericht door prof. dr. J.G. van der Corput, prof. dr. D. van Dantzig, prof. dr. J.F. Koksmá, prof. dr. H.A. Kramers, prof. dr. M.G.J. Minnaert en prof. dr. ir. J.A. Schouten.

De Stichting heeft ten doel de systematische beoefening van de zuivere en toegepaste wiskunde en de informatica in Nederland te bevorderen, teneinde daardoor enerzijds de bijdragen van deze gebieden van wetenschap tot de verhoging van het welvaarts- en beschavingspeil in Nederland, anderzijds de bijdrage van Nederland tot de internationale cultuur te vergroten.

De Stichting tracht haar doel te bereiken door

- Het bevorderen van de samenwerking der Nederlandse wiskundigen en informatici, zowel onderling als met beoefenaren van 'aangrenzende' gebieden van wetenschap, techniek en maatschappelijk leven, waarin de wiskunde en informatica worden toegepast, en met buitenlandse collega's en beoefenaren der aangrenzende gebieden.
- Onderzoekers uit binnen- en buitenland de gelegenheid te geven het instituut van de Stichting te bezoeken, het (doen) uitgeven of ondersteunen van wetenschappelijke publikaties, het doen uitvoeren van onderzoek in de wiskunde en informatica, het doen houden van cursussen en voordrachten, het leiding geven aan het werk van jonge onderzoekers, bezoeken van (jonge)

Nederlandse onderzoekers aan andere onderzoekscentra mogelijk te maken, en begaafde onderzoekers de mogelijkheid te bieden zich aan onderzoek te wijden.

Andere belangrijke middelen tot verwezenlijking van de doelstelling zijn

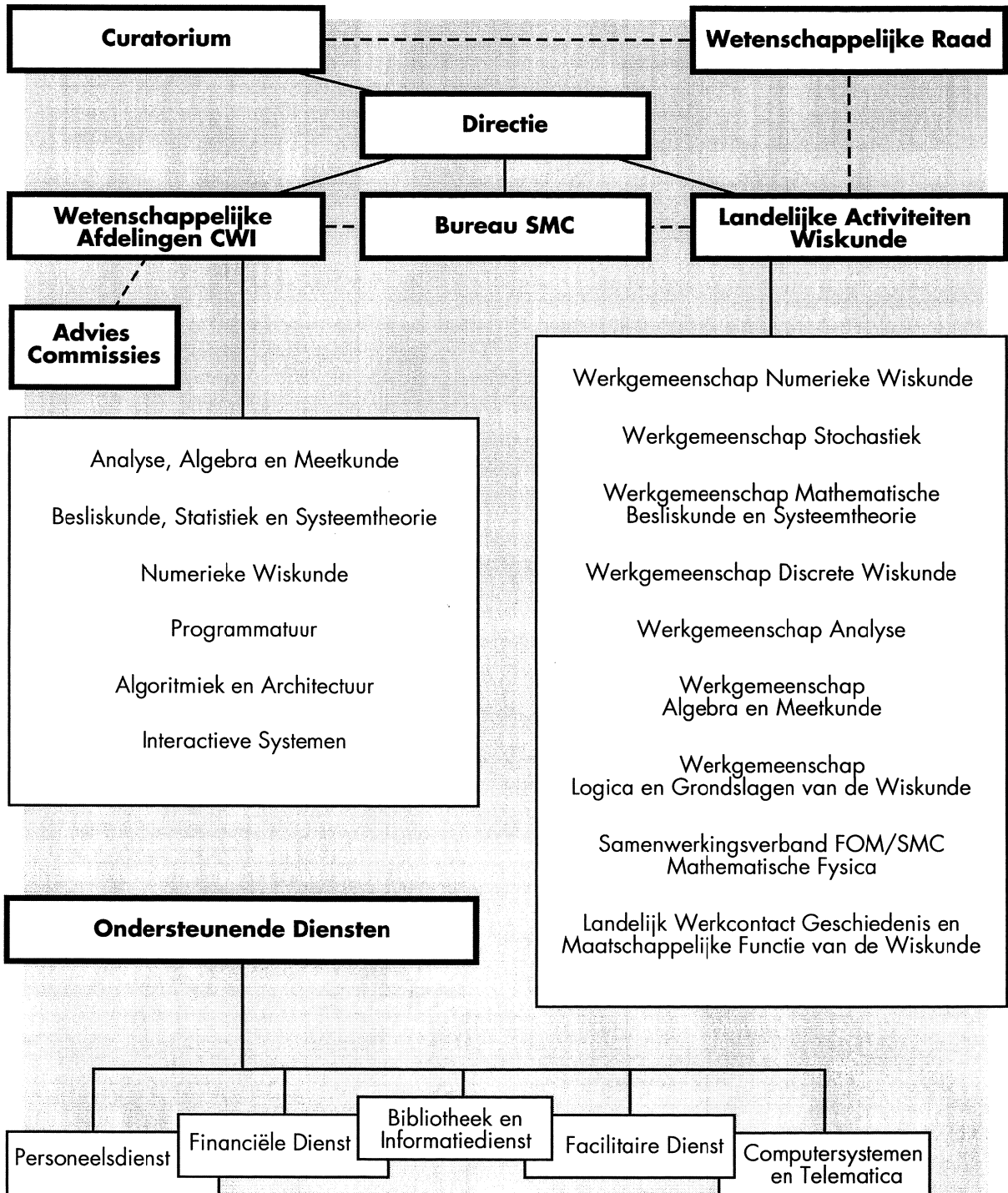
- De instandhouding van een instituut: het CWI (Centrum voor Wiskunde en Informatica), inclusief een bibliotheek en een moderne computerinfrastructuur.
- De coördinatie van Landelijke Activeiten Wiskunde (LAW).
- Oprichting van en deelname in andere samenwerkingsverbanden, zoals bijvoorbeeld European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM).

#### Organisatie

De Stichting Mathematisch Centrum wordt bestuurd door een Curatorium. De dagelijkse leiding van de werkzaamheden van de Stichting en haar instituut berust bij de Directie. Een Wetenschappelijke Raad dient het Curatorium en de Directie van advies aangaande het algemene wetenschappelijk beleid.

Onder de Stichting ressorteren het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) en zeven werkgemeenschappen, één samenwerkingsverband, alsmede één landelijk werkcontact. Het CWI telt zes wetenschappelijke afdelingen en zes ondersteunende diensten.

## Organisatieschema Stichting Mathematisch Centrum per 31 december 1993



# Algemene beschouwing

## Beleid

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) wordt bestuurd door een Curatorium. Het Curatorium laat zich wat betreft het wetenschappelijk beleid adviseren door de Wetenschappelijke Raad (WR) van de SMC en door de Stichting Informatica Onderzoek Nederland (SION). In 1993 waren onder meer de volgende punten onderwerp van overleg en besluitvorming.

### Managementstructuur

In het najaar nam het Curatorium een principebesluit tot verandering in de managementstructuur van de SMC en het CWI. Als gevolg van deze verandering zal de huidige zakelijk directeur, dr. ir. G. van Oortmerssen, algemeen directeur van de SMC en het CWI worden. Verder zal op het CWI een Wetenschappelijke Beleidsgroep worden ingesteld, bestaande uit de chefs van de wetenschappelijke afdelingen, onder voorzitterschap van de algemeen directeur. In 1994 wordt een definitief besluit verwacht.

### NWO

Op 7 juli rondde het Algemeen Bestuur NWO de besluitvorming af over de voorgenomen wijziging van structuur en werkwijze van NWO. Er vond intensief overleg plaats tussen NWO en de door NWO gesubsidieerde instellingen, waaronder de SMC. De gevolgen van deze operatie *NWO op Maat* waren voor de SMC onder meer:

- Vanaf 1 januari 1994 wordt aan de SMC één subsidie toegekend. De bestaande oormerking van het CWI-subsidie en het LAW-subsidie wordt daarmee opgeheven. Het Curatorium is nu verantwoordelijk voor de verdeling van de geldmiddelen over de wiskunde en informatica in het CWI enerzijds en de wiskunde binnen de LAW anderzijds.
- De SMC zal het door het GB-E ingezette beleid om de LAW te versterken naar vermogen voortzetten. Vanaf 1994 kunnen ook CWI-onderzoekers meedingen naar subsidie voor wiskundeprojecten in landelijk verband.
- Met ingang van 1994 wordt de koppeling tussen werkgemeenschapstructuur en geldgevende functie opgeheven. Hiermee worden geldge-

vende, beoordelende en forumfunctie duidelijk gescheiden. Voor de werkgemeenschappen blijft de forumfunctie. Ook is de Vertrouwenscommissie van het Wiskundig Genootschap met ingang van 1 november 1993 opgeheven. Het vrijgekomen budget zal onder andere voor de versterking van de forumfunctie worden aangewend.

- De SMC zal voortgaan met haar beleid het wiskundig onderzoek in de LAW grootschaliger op te zetten.
- Met ingang van 1 november 1993 is de WEC opgeheven en opgevolgd door de WR (zie ook pagina 11).
- De beoordelingsprocedures voor de LAW-projecten worden verkort en de frequentie ervan wordt verhoogd. De SMC streeft naar procedures van vier maanden en zal (afhankelijk van de financiële situatie) meer dan één ronde per jaar houden.
- In het Curatorium zullen drie leden zitting nemen die op voordracht van de Koninklijke Nederlandse Academie voor Wetenschappen (sectie Wiskunde) worden benoemd. In het verslagjaar werden als zodanig de volgende Curatoren (her-)benoemd: prof. dr. J.H. van Lint, prof. dr. J.H.M. Steenbrink en prof. dr. W.R. van Zwet.
- De SMC zal samenhangende meerjarenplannen en beleidsnota's voor de wiskunde in SMC-verband (CWI en LAW), respectievelijk voor de informatica binnen het CWI formuleren. De informatica-plannen worden in nauw overleg met SION vastgesteld. Dit voornemen werd in het verslagjaar reeds uitgevoerd bij de totstandkoming van het *Meerjarenplan SMC 1995-1999*.

### Wiskunde in Beweging

In het verslagjaar verscheen een officiële reactie van het ministerie van Onderwijs & Wetenschappen op het in 1992 gepubliceerde rapport *Wiskunde in Beweging* van de Verkenningcommissie Wiskunde. In deze reactie werd het beleid van de SMC inzake het CWI in grote lijnen ondersteund. Tevens werd aan NWO verduidelijking gevraagd



ten aanzien van haar beleid inzake de SMC<sup>1</sup>. In 1994 wordt het antwoord van NWO aan de Minister verwacht.

#### *Meerjarenplan SMC 1995-1999*

In het verslagjaar werd het *Meerjarenplan SMC 1995-1999* opgesteld.

Het wiskundegedeelte van dit *Meerjarenplan* is een geïntegreerd plan van het CWI en de LAW. Het bevat een beschrijving van de onderzoekgebieden in de wiskunde die de SMC voor zowel het CWI als de LAW van bijzondere betekenis acht.

Het informatica-gedeelte is een geïntegreerd plan van het CWI en SION en werd in zeer intensieve samenwerking met SION opgesteld. Het bevat een beschrijving van de onderzoekgebieden in de informatica die zowel door SMC als SION van groot belang voor de informatica in Nederland worden geacht.

#### *PIONIER*

Het Gebiedsbestuur voor de Exacte Wetenschappen (GB-E) van NWO heeft het voornemen in 1994 drie PIONIER-voorstellen te honoreren.

De PIONIER-aanvraag voor het project *The Geometry of Logic* werd door het Curatorium aan het GB-E aangeboden.

#### *Beleidsruimte GB-E*

Aan de Beleidsruimte GB-E is in het verslagjaar de volgende invulling gegeven:

- *Grootschalige geconcentreerde toewijzingen.* Aan de SMC is een bedrag toegekend van *kf* 250 bestemd voor het onderzoek betreffende *Rekenintensieve methoden in de stochastiek*. Voor hetzelfde doel zal voor 1994 en 1995 *kf* 350 gereserveerd worden. Daarna zal een evaluatie plaatsvinden.
- *Proefprojecten Massaal Parallel Rekenen (MPR).* Vooruitlopend op de totstandkoming van een centraal NWO-prioriteitsprogramma MPR heeft het GB-E uit eigen middelen voor de jaren 1993 en 1994 in totaal een bedrag van *Mf* 1,75 bestemd voor proefprojecten op dit ge-

bied. Kenmerkend voor deze projecten is de multi-disciplinaire samenwerking, tot uitdrukking komend in participatie van *ten minste* twee stichtingen per project. Er werden vier proefprojecten gehonoreerd, waaronder twee waarin de SMC participeerde, te weten:

- *Simulation of ocean circulation on parallel computers* (prof. dr. H.A. van der Vorst).
- *High performance computing in fluid dynamics* (prof. dr. ir. P.J. Zandbergen en prof. dr. ir. P. Wesseling).

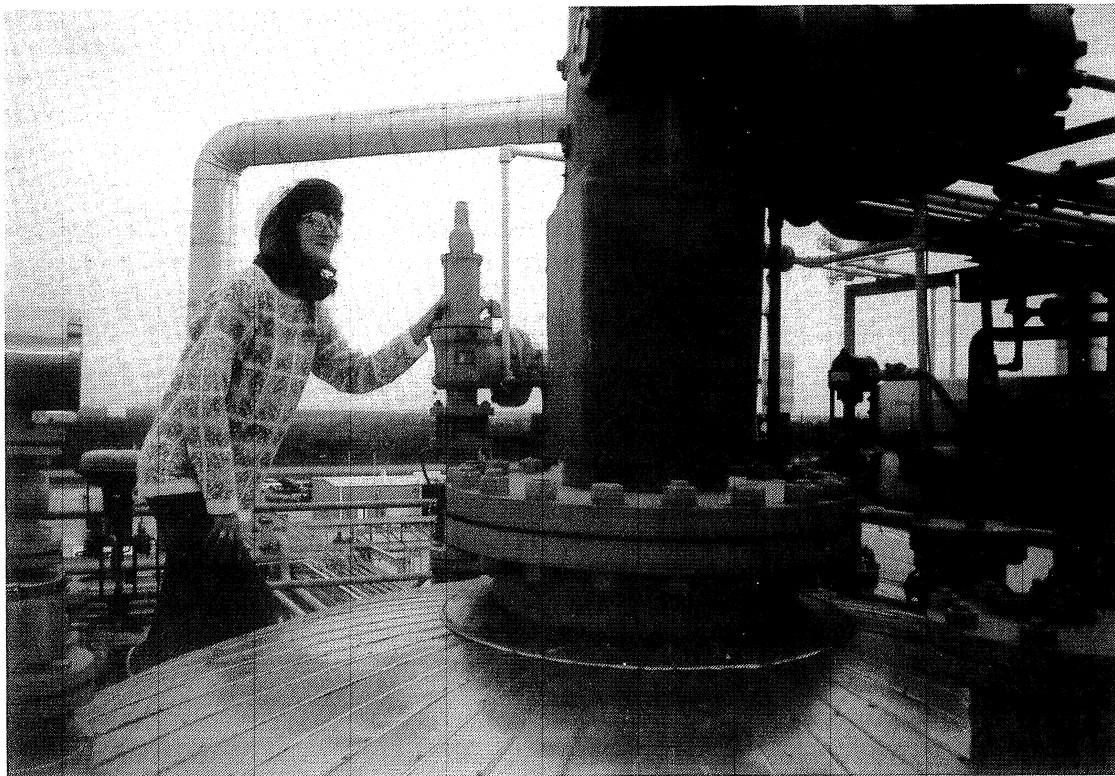
#### *Aandachtsprogramma's, jaarthema's*

Aan het einde van het verslagjaar ging het aandachtsprogramma *Algoritmen in de Algebra* (AIDA) van start, nadat het programma *Rekenintensieve methoden in de stochastiek* (zie onder *Beleidsruimte GB-E*) reeds eerder was begonnen. Op advies van de WEC besloot het Curatorium het aandachtsprogramma *Algebraic curves and Riemann surfaces* te honoreren. Dit programma zal medio 1994 van start gaan. In het verslagjaar werd het centraal jaarthema *Logica* beëindigd en met het thema *Stochastiek* werd een begin gemaakt. Voor het academisch jaar 1994/1995 kon nog geen jaarthema worden vastgesteld.

#### *Dynamische Systemen Laboratorium*

In 1993 werd veel aandacht geschonken aan het operationeel maken van het *Dynamische Systemen Laboratorium* (DSL), een nationale faciliteit voor computer-ondersteund onderzoek op het gebied van *Niet-lineaire Dynamische Systemen*. Voor de aanschaf van hardware was een budget van *kf* 600 beschikbaar. Uit het budget van het NWO-prioriteitsprogramma *Niet-lineaire Systemen* werden middelen toegekend voor het uitvoeren van aan het DSL gerelateerd onderzoek, onder andere het project *Computational tools for the analysis of infinite-dimensional dynamical systems on parallel computers*. Ook uit het aandachtsprogramma *Wiskundige aspecten van niet-lineaire systemen* zullen op beperkte schaal middelen worden toegekend voor onderzoek.

<sup>1</sup>Ook werden in de Tweede Kamer der Staten-Generaal diverse vragen aan de Minister gesteld naar aanleiding van genoemd regeringsstandpunt. Een aantal van deze vragen had betrekking op het beleid van NWO ten aanzien van het CWI.



*Ook wanneer de resultaten van fysische en chemische experimenten bekend zijn, kan numerieke simulatie van belang zijn om nog onbekende parameters (bij voorbeeld reactiesnelheden) van het gebruikte model te bepalen. In het door de STW gefinancierde project Parameteridentificatie en modelanalyse voor niet-lineaire dynamische systemen wordt dit in praktijk gebracht.*

*Foto: AKZO Chemicals International bv. Amersfoort*

#### *RIACA*

Op het internationale vlak werd de centrumrol van de SMC verder versterkt door de oprichting van het *Research Institute for Applications of Computer Algebra* (RIACA) door de Stichting Computer Algebra Nederland (CAN), het Research Institute for Symbolic Computation (RISC)<sup>2</sup> van de Johannes Kepler Universiteit te Linz en de SMC. Dit instituut voor *Symbolisch Rekenen* is – evenals het expertisecentrum CAN – gehuisvest op het WCW-terrein, terwijl de SMC als penvoerder optreedt.

#### *Interdisciplinary Centre for Complex Computer facilities Amsterdam (IC<sup>3</sup>A)*

In het verslagjaar werd het expertisecentrum IC<sup>3</sup>A opgericht. Binnen dit centrum zal de SMC met de Faculteit Wiskunde en Informatica van de Universiteit van Amsterdam samenwerken op het gebied van HPCN. Het bestuur van IC<sup>3</sup>A wordt gevormd door NWO en de Universiteit van Am-

sterdam. Namens NWO heeft dr. ir. G. van Oortmerssen in het bestuur zitting.

#### *Ondernemingsraad*

In 1993 werden zeven overlegvergaderingen OR-directie gehouden. Daarnaast had ook zeer geregeld informeel overleg tussen OR en directie plaats, o.a. tijdens een gezamenlijke bijeenkomst te Baarn.

Onder meer de volgende zaken werden met de OR besproken:

- De participatie van de SMC in RIACA.
- De managementstructuur SMC-CWI.
- Het Jeugdwerk Garantieplan.
- Het Periodiek Bedrijfsgeneeskundig Onderzoek.
- De wijzigingen van de Arbeidsvoorwaarden in verband met de in 1993 vastgestelde Collectieve Arbeidsvoorwaardenregeling.
- De evaluatie van enige diensten. Tot deze evaluaties was besloten bij de reorganisatie van

<sup>2</sup>Nu Kurt Gödel School

1991.

- Het personeelsbeleid en de opzet van de Personeelsdienst.

#### CWI

De reeds in 1992 ingezette heroriëntatie van het CWI werd in 1993 voortgezet. Centraal in deze heroriëntering staan een sterkere aandacht voor de toepasbaarheid van het onderzoek - daarbij overigens onverkort vasthoudend aan het fundamentele karakter van dat onderzoek - en een grotere nadruk op kennisoverdracht naar de maatschappij. Hiermee wil het CWI zich ook duidelijker profileren, bij voorbeeld in verband met de opkomst van de onderzoekscholen.

#### Onderzoekscholen

Met een aantal onderzoekscholen op het gebied van wiskunde heeft de SMC in december overlegd. Aan de orde kwamen hier onder meer:

- Het onderzoeksbeleid van de onderzoekscholen en de mogelijke rol van de onderzoekscholen bij de kwaliteitscontrole van de SMC-onderzoeksprojecten.
- Het belang van de SMC-projecten voor de onderzoekscholen.
- De dienstverlening van het CWI aan de onderzoekscholen met betrekking tot informatieverzorging over externe fondsen, internationale samenwerking en EU-programma's.

Tussen de *Onderzoeksschool Logica* en de SMC is een samenwerkingsovereenkomst afgesloten met betrekking tot het CWI. Voorts is er samenwerking met het *Mathematical Research Institute (MRI)*, het *Stieltjes Instituut* en het *Euler Institute for Discrete Mathematics and its Applications (EIDMA)*.

#### Wetenschappelijke Raad (WR)

De WR van de SMC adviseert het Curatorium inzake het te voeren wetenschappelijk beleid van de SMC, met name op het gebied van de wiskunde. De WR is de opvolger van de Wetenschapscommissie (WEC). Voor de samenstelling van de WR op 31 december wordt verwezen naar Bijlage 1.

Aan de eerste vergadering van de WR op 15 december - waarop de WR door het Curatorium werd geïnstalleerd - werd deelgenomen door de zakelijk directeur SMC, dr. ir. G. van Oortmersen, en een vertegenwoordiger van het Curatorium, prof. dr. J.H.M. Steenbrink. Het uitvoerend secretariaat berust bij W.A.M. Aspers. De

vergadering was gewijd aan het algemeen beleid van de SMC, aan de managementstructuur SMC en CWI, de Herziene Begroting 1994 en de werkwijze van de WR.

#### Wetenschapscommissie (WEC)

De WEC adviseerde het Curatorium inzake het te voeren wetenschappelijke beleid van de Stichting. De WEC werd per 31 oktober van het verslagjaar opgeheven. Voor de samenstelling op 31 oktober 1993 wordt verwezen naar Bijlage 1.

Aan de vergaderingen van de WEC werd, met raadgevende stem, deelgenomen door de wetenschappelijk directeur van de SMC, prof. dr. P.C. Baayen. Het uitvoerend secretariaat berustte bij W.A.M. Aspers. Het Dagelijks Bestuur WEC werd gevormd door prof. dr. ir. H. Kwakernaak, prof. dr. G. van Dijk en prof. dr. D. Siersma.

De WEC kwam in het verslagjaar drie maal bijeen en wel op 30 maart, 16 juni en 26 oktober. De vergaderingen werden bijgewoond door dr. N.J. Kos (namens de directeur NWO) en prof. dr. J.H.M. Steenbrink (namens het Curatorium). De volgende onderwerpen werden behandeld:

- De toekomstige werkwijze en organisatiestructuur NWO.
- Het toekomstige NWO-prioriteitsprogramma MPR.
- De ingediende voorstellen voor aandachtsprogramma's en jaarthema's.
- De selectie van de PIONIER-aanvraag voor 1994.
- De werkwijze en organisatiestructuur SMC.
- De beoordeling en goedkeuring van het aandachtsprogramma *Algebraic curves and Riemann surfaces*.
- Het pre-advies van de Adviescommissie Wiskunde CWI.
- De continueringaanvragen 1994. Alle 32 continueringaanvragen (26 oio's en 6 post-docs) werden voor honorering voorgedragen. Ook het aandachtsprogramma *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen* werd gecontinueerd.

Het Dagelijks Bestuur van de WEC kwam in het verslagjaar vier maal bijeen en wel op 15 januari, 2 maart, 2 juni en 13 september. De vergaderingen werden bijgewoond door de wetenschappelijk directeur van de SMC, prof. dr. P.C. Baayen. De vergaderingen hadden als doel de voorbereiding van de agenda van de WEC en alles wat daarmee samenhangt. Daarnaast waren de vol-

gende zaken gedelegeerd aan het Dagelijks Bestuur WEC:

- Het begeleiden en bewaken van door de WEC geïnitieerde activiteiten.
- De verdeling van het investeringssubsidie voor de LAW.
- Het toetsen van de door de projectleiders voorgedragen kandidaten voor een oio- of post-doc plaats in het kader van de LAW.
- Het voeren van overleg met diverse interne en externe organen en instanties (in het bijzonder in het kader van het *Meerjarenplan 1995-1999*).
- Het beoordelen van projecten in het kader van het Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica.

### Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW)

In het verslagjaar werd de goede samenwerking tussen de STW en de SMC voortgezet. Beide stichtingen kwamen overeen dat de functie van Programme Officer, voor zover het wiskunde-onderzoek betreft, zal blijven berusten bij de SMC (Bureau SMC). De Programme Officer is vooral belast met het toezicht op de geregelde en inhoudelijke aandacht van projectleider(s), uitvoerder(s) en Gebruikerscommissie voor de utilisatie-aspecten van hun STW-project.

In 1993 startten de in 1992 gehonoreerde projecten *ACELA* (Architecture of a Computing Environment for Lie Algebras), *Parameteridentificatie en modelanalyse voor niet-lineaire dynamische systemen* en *Parallel codes for circuit analysis and control engineering*, zodat het aantal STW-projecten op drie kwam. Verder werden vier aanvragen op het gebied van de wiskunde door de STW in behandeling genomen.

### Onderzoek

Het onderzoeksprogramma van de SMC wordt uitgevoerd enerzijds in LAW-verband, en anderzijds op het CWI. Elders in dit Jaarverslag wordt uitgebreid aandacht gegeven aan het onderzoek in het kader van de LAW, terwijl het CWI-onderzoek centraal staat in deel 2 van dit jaarverslag, het Annual Report.

In toenemende mate vindt het onderzoek plaats in grotere, samenhangende kaders, lopend van bilaterale samenwerkingsovereenkomsten tot deelname in grootschalige, internationale programma's, zoals die bijvoorbeeld zijn opgezet door de Europese Unie (ESPRIT, Human Capital & Mobility) of door Japan (Real World Compu-

ting). Deze trend vindt men terug in het huidige onderzoeksprogramma van de SMC (zowel het programma van het CWI als dat van de LAW).

Zo is bij het CWI op die grotere samenhang al enkele jaren geleden ingespeeld, onder meer door de synergie tussen wiskunde en informatica waar mogelijk te bevorderen, en door het definiëren van multidisciplinaire onderzoeksprogramma's, waaraan diverse groepen binnen en buiten het CWI deelnemen. De programma's *Wiskunde & Milieu* (in 1992 van start gegaan) en *Multimedia* (in 1991 begonnen) zijn hiervan voorbeelden.

Een ander voorbeeld van inbedding in een groter kader is het onderzoek op het gebied van *High Performance Computing and Networking*.

Het CWI speelt in de HPCN-ontwikkelingen een actieve rol, zowel internationaal via ERCIM als nationaal via onder meer IC<sup>3</sup>A (zie ook pagina 10). In de toekomst verwacht het CWI ook te participeren in projecten op de speciale toepassingsgebieden (*Complexe Reactieve Systemen* en *Computational Fluid Dynamics*) die door de Nederlandse HPCN-commissie zijn aanbevolen als stimuleringsgebieden voor HPCN. Daarnaast heeft de door de WEC ingestelde *SMC-commissie HPCN* een voorstel geformuleerd tot het initiëren van een nieuw aandachtsprogramma HPCN.

### SION-projecten

Nadat enkele jaren geleden het budget van de Stichting SION een substantiële injectie had gekregen, kon ook de SMC bij SION projectvoorstellen indienen. Als resultaat groeide het aantal aan het CWI toegekende SION-projecten van één in 1990 en twee in 1991 tot vier in 1992 en elf in 1993. Een aantal van deze projecten wordt door CWI en universiteiten gezamenlijk uitgevoerd. Speciale vermelding verdient het mede door de SMC gefinancierde project WINST (**W**iskunde- en **I**nformatica-**S**amenwerkings**T**hema's), dat door het CWI en twee universiteiten wordt uitgevoerd en dat mede tot doel heeft de door de SMC gepropageerde synergie tussen wiskunde en informatica te bevorderen.

### Europese programma's

Het CWI heeft sinds de invoering van de Europese Kaderprogramma's zo'n tien jaar geleden altijd met succes daarin meegedongen (ESPRIT, RACE, BRITE, SCIENCE, COMETT, HCM). In 1993 participeerde het CWI in drie ESPRIT-projecten: *PYTHAGORAS* (databases), *CAFE* (elektronisch betalen) en *MADE* (Multimedia).

In 1993 kwam daar een project bij: *NeuroCOLT* (Neural Networks in Computational Learning Theory). Voorts participeerde het CWI in een aantal HCM-projecten.

Voor de toekomst is van belang hoe het vierde Kaderprogramma van de Europese Unie eruit komt te zien. In 1994 wordt hierover door het Europees Parlement een besluit genomen.

### **Kennisoverdracht, centrumfunctie**

Kennisoverdracht en het uitoefenen van een centrumfunctie behoren, naast het uitvoeren van excellent onderzoek, tot de kernmissie van de SMC. De Stichting geeft daaraan gestalte op velerlei manieren. Het CWI heeft zich bij zijn onderzoekskies veelal laten leiden door maatschappelijke vraagstellingen. Naast de deelname aan nationale en internationale programma's vormt de verruiming van opdrachten voor derden (industrie, overheid, grote technologische instituten (GTI's)) een belangrijk doel. Deze activiteit is, naast een mogelijke bron van inkomsten, vooral ook een bron van inspiratie voor hoogwaardig fundamenteel onderzoek, dat aldus voorziet in een maatschappelijke behoefte. Het CWI streeft naar strategische samenwerking met instellingen als de GTI's en TNO (de Nederlandse organisatie voor toegepast natuurwetenschappelijk onderzoek), die bij uitstek geschikt zijn om als intermediair tussen fundamenteel onderzoek en praktische toepassingen te fungeren.

### *Presentatiedag CWI in Bedrijf*

De systematische aandacht die het CWI is gaan geven aan de verwerving van onderzoekopdrachten kreeg ook in 1993 gestalte met de organisatie van een presentatiedag *CWI in Bedrijf*, waarop aan een 120-tal geïnteresseerden, voornamelijk afkomstig uit industrie en overheid, een staalkaart werd geboden van de mogelijkheden die het CWI heeft voor het uitvoeren van onderzoekopdrachten. Dit keer waren er naast lezingen door CWI-onderzoekers ook drie lezingen van externe sprekers – dr. P.A.J. Tindemans van het Ministerie van O & W, dr. M.H. Slagmolen van de FENIT, de opvolger van de COSSO, en ten slotte SMC-curator en VNO-voorzitter dr. A.H.G. Rinnooy Kan.

### *Conferenties, workshops, cursussen*

Een belangrijk deel van de kennisoverdracht vindt plaats door middel van conferenties, workshops en cursussen, waarvan wij hier enkele noemen.

- SPA '93 – Stochastic Processes and their Applications (A.J. Baddeley)
- ALGOL 68, 25 jaar later – een symposium ter gelegenheid van het 25-jarig bestaan van de programmeertaal ALGOL 68 (G. Alberts)
- *Category Theory and Computer Science* (F.-J. de Vries)
- REX '93 – *A Decade of Concurrency* (J.W. de Bakker)
- *European Multigrid Conference 1993* (P.W. Hemker)
- Het onderwerp van de traditionele vakantie-cursus voor leraren was dit jaar *Het reële getal*.

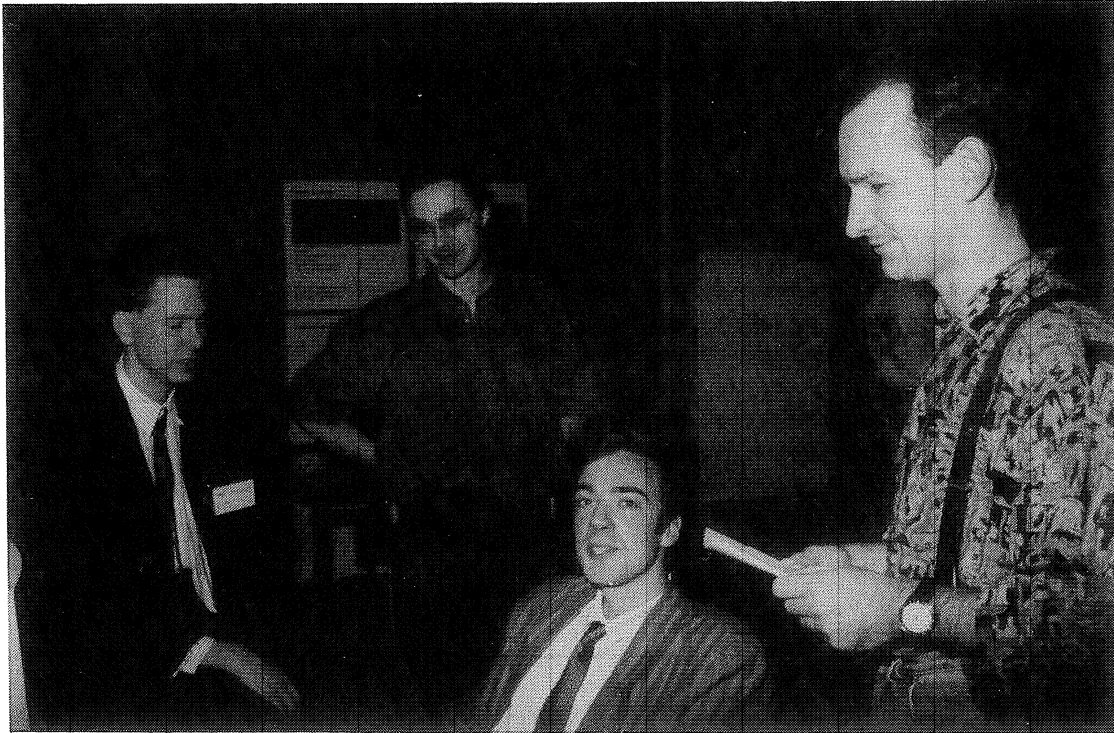
### *Publikaties*

Naast de vele publikaties in tijdschriften, congresverslagen, en dergelijke, verschenen er ook diverse boeken, geschreven door of met medewerking van CWI-onderzoekers. Hier noemen wij de volgende:

- A.M. COHEN (editor), *Computer Algebra in Industry – Problem Solving in Practice*;
- P.M.B. VITÁNYI, MING LI, *An Introduction to Kolmogorov Complexity and its Applications*;
- J. DE VRIES, *Elements of Topological Dynamics*;
- T.H. KOORNWINDER, *Wavelets – an Elementary Treatment of Theory and Applications*.

### *Academische promoties*

Behalve het publiceren van onderzoeksresultaten is één van de belangrijkste vormen van kennisoverdracht het kweken van wetenschappelijk kader dat vervolgens een plaats vindt elders in de maatschappij. Zoals bekend is de SMC op diverse fronten nauw verweven met de academische wereld: men denke aan de verantwoordelijkheid voor de LAW, de vele CWI-stafleden met een deeltijd-hoogleraarschap en de academische promoties van jonge medewerkers. Wat dit laatste betreft was 1993 een zeer goed jaar, met maar liefst dertien promoties van LAW-medewerkers en acht promoties van CWI-medewerkers.



Presentatiedag CWI op 8 oktober 1993.

Foto: Sjoerd Mullender,

## ERCIM

De ontwikkeling van het in 1988 mede door de SMC opgerichte *European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM)* verloopt voorspoedig. In 1993 traden Spanje (AEDIMA) en Finland (VTT) toe. Het consortium telt thans elf leden uit Noord-, West- en Zuid-Europa, alle nationale onderzoekinstellingen op het gebied van informatica en toegepaste wiskunde. Met een totaal van bijna vijfduizend onderzoekers kan en wil ERCIM een vooraanstaande rol spelen bij het sturen en realiseren van het Europese onderzoeksbeleid in de informatietechnologie.

Een terrein waarop ERCIM bijzonder actief is, is dat van *High Performance Computing*. Zo werd in 1993 door ERCIM een officiële reactie (*ERCIM comments on High Performance Computing and Networking report*) opgesteld op het standpunt van de Europese Commissie met betrekking tot HPCN (verwoord in het zogenaamde *Rubbia-rapport*). Als vervolg op deze reactie organiseerde ERCIM van 10 – 12 november bij de Britse ERCIM-partner RAL een *Symposium on Affordable Parallel Processing*. Aanwezig waren circa 60 belangstellenden uit diverse ERCIM-landen. Inmiddels heeft ERCIM een HPCN-werkgroep opgericht.

Andere belangrijke activiteiten van ERCIM waren onder meer:

- *EDGE* (European Distributed Generic Environment), een voorgenomen ERCIM-project met als doel de creatie van een *gedistribueerde* ontwikkelomgeving voor het ontwerpen van industriële producten.
- Gezamenlijke participatie in het door Japan georganiseerde project *Real World Computing (RWC)*.
- Het *ERCIM Fellowship Programme*. Met behulp van het EU-programma *Human Capital and Mobility (HCM)* zijn voor de ronde 1994 – 1995 thans elf beurzen beschikbaar.
- Twee HCM-programma's van de ERCIM-werkgroepen *Computer Graphics* en *Databases*.

## Financiën

De belangrijke financiële steun van NWO aan de SMC bedroeg in 1993 *f* 15 926 000,- ten behoeve van de exploitatie van het CWI en *f* 3 169 000,- (inclusief *f* 200 000 voor investeringen) ten behoeve van de LAW. Daarnaast droeg NWO bij in de investeringen van het Instituut voor een bedrag van *f* 2 355 000,- waarvan *f* 2 100 000,- ten laste kwam van de gelden die NWO ontving van de minister van O&W in het kader van het Intentioneel Apparaat Schema (IAS). Uit de

NWO-steun is door de SMC een bedrag van f 1 113 000,- uitgegeven voor de exploitatie en f 198 000,- voor de investeringen van de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam (SARA). Deze bedragen betreffen de financiering van het computergebruik bij SARA door het CWI en door andere met NWO gelieerde instanties en onderzoekers die door tussenkomst van de SMC toegang hadden tot de SARA-apparatuur.

De Jaarrekening van de Stichting verschijnt ook dit jaar (boekjaar 1993) als aparte publikatie. Het accountantskantoor Coopers & Lybrand Dijkster Van Dien heeft de financieel-administratieve verantwoording inzake het boekjaar 1993 ge-

controleerd en daarover een goedkeurende verklaring afgegeven.

### SARA

De Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam (SARA) is indertijd door de Universiteit van Amsterdam (UvA), de Vrije Universiteit (VU) en de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) opgericht ten behoeve van het rekenwerk van deze stichters. Inmiddels heeft SARA naast deze regionale taak ook reeds lang een landelijke taak: zij huisvest de nationale supercomputer. De gebruikscijfers blijken uit het volgende overzicht.

Gebruik 1993 (in MSE)					
	IBM 3090/MVS	IBM 3090/CMS	IBM 3090/AIX	Totaal	
UvA	39.73	50.16	81.42	171.31	
VU	37.38	5.65	121.26	164.29	
SMC	6.83	14.45	13.47	34.75	
Totaal	83.94	70.26	216.15	370.35	
Verdeling van het SMC gebruik (in MSE)					
	1993	1992	1991	1990	1989
CWI	0.02	2.95	1.27	2.30	4.33
FOM-instituten	34.73	38.33	34.64	24.52	17.79
Totaal	34.75	41.28	35.91	26.82	22.12

**Tabel 1.** Jaarcijfers SARA

# Bibliotheek en Informatiedienst

In het verslagjaar kwam de Bibliotheekcommissie tien maal bijeen. Aan de orde kwamen onder meer het aanschafbudget voor boeken, de automatisering, het bibliotheekplan voor 1994, de taakomschrijving van de Bibliotheekcommissie en de bezuiniging op de uitgaven voor tijdschriften. De wetenschappelijke afdelingen gaven advies inzake de aanschaf van boeken en van abonnementen op tijdschriften. Daarnaast verleenden zij medewerking bij het classificeren van de nieuwe boeken.

De bezuinigingen op de uitgaven voor de tijdschriften, die aan het eind van 1992 waren begonnen en onder meer noodzakelijk waren vanwege sterk stijgende abonnementsprijzen, zijn in het verslagjaar afgerond. In totaal zijn 92 abonnementen opgezegd. Een volledige lijst is gepubliceerd in de Mededelingen van het Wiskundig Genootschap van april 1993 en een aanvulling daarop in het nummer van september 1993.

Het aantal terminals voor de online raadpleging van de catalogus door bezoekers van de bibliotheek is verder uitgebreid. De mogelijkheid om via het netwerk de catalogus te kunnen raadplegen door zowel medewerkers van het CWI als door derden, één van de belangrijkste lange termijn doelstellingen van de bibliotheek, werd in het verslagjaar gerealiseerd. De raadpleegmogelijkheid via netwerken door derden accentueert de feitelijke landelijke functie van de bibliotheek. Het uitleenmodule en het bestelmodule van het SIEMENS-bibliotheekstelsel werden uitvoerig getest en zullen met ingang van 1994 operationeel worden. Ten behoeve van het uitleenstelsel zullen pasjes worden ingevoerd, die door derden tegen betaling kunnen worden verkregen.

Hoewel de bibliotheek nog geen actief deelnemer is van het Amsterdams bibliotheeknetwerk 'Adamnet', werd toch een aantal malen deelgenomen aan het overleg in dit kader. Een van de belangrijkste doelstellingen van 'Adamnet' betreft de realisering van het wederzijds online raadplegen van de bibliotheekcatalogi. Voorts is een doelstelling het bevorderen van de samenwerking in de regio.

Met de bibliotheken van de faculteit Wiskunde en Informatica van de Universiteit van Amsterdam en de bèta-bibliotheek van de Vrije Universiteit, alsmede met een aantal andere bibliotheken in den lande werden uitstekende werkcontacten onderhouden.

Ten behoeve van de informatieverzorging werden door de informatiemedewerker 85 (in 1992 100) opdrachten voor het literatuurzoeken in externe databases uitgevoerd. Twee bibliografische bestanden op CD-ROM zijn door bibliotheekgebruikers zelf raadpleegbaar. Het betreft:

- CompactMath (elektronische versie van het 'Zentralblatt für Mathematik') vanaf 1985;
- CompArch (elektronische versie van de 'Computing Reviews') en 'ACM Guide to Computing Literature' vanaf 1982.

Ten behoeve van het gebruikersgemak werd apparatuur geïnstalleerd, die meerdere CD-ROM's kan bevatten. Bovendien werd een nieuwe PC in de bibliotheek geplaatst, die de CD-ROM raadpleging in een menustructuur integreert met de raadpleging van een aantal andere bibliotheekcatalogi en bestanden. Na strenge selectie en evaluatie door de wetenschappelijke afdelingen, werden 40 (in 1992 57) nieuwe abonnementen aan de collectie toegevoegd. Een aantal titels hiervan behoort tot de lopende tijdschriftencollectie van het Wiskundig Genootschap, die op het CWI is ondergebracht. Van de tijdschriftabonnementen werden er 11 door koop, 12 door ruil en 17 gratis verkregen.

De omvang van de bibliotheekcollectie bedraagt ongeveer 41000 boeken, circa 1450 (in 1992 1500) abonnementen op tijdschriften (totale tijdschriftencollectie circa 35000 banden) en circa 110000 wetenschappelijke rapporten.

Ten slotte neemt de bibliotheek van de SMC deel in het EU-project *RIDDLE* (Rapid Information Display and Dissemination in a Library Environment). Daarin wordt onderzocht in hoeverre via de automatische opslag van de inhoudsopgave van tijdschriften de informatie over de afzonderlijke bijdragen kan worden ondergebracht in een online catalogus.





*Bibliotheek SMC. Foto: Wim de Groot, Amsterdam.*

# LANDELIJKE ACTIVITEITEN WISKUNDE

## Algemeen

### Inleiding

Op 1 januari 1981 werden door het toenmalige ZWO voor de wiskunde vijf werkgemeenschappen en twee landelijke samenwerkingsverbanden erkend en onder de hoede van de SMC geplaatst. Bij die gelegenheid werd ter ondersteuning van het Curatorium de Wetenschapscommissie (WEC) van de SMC ingesteld. In het kader van de toekomstige werkwijze en organisatiestructuur NWO (de operatie *NWO op Maat*) is de WEC per 31 oktober 1993 opgeheven en opgevolgd door de Wetenschappelijke Raad (WR). De WR die ten aanzien van het door NWO gefinancierde onderzoek in de wiskunde adviezen aan het Curatorium geeft, speelt tevens een belangrijke rol bij de ontwikkeling van nieuwe initiatieven zoals aandachtsgebieden, grote projecten en centrale jaarthema's. De WR zal in de komende jaren extra aandacht schenken aan:

- Stimulering van aandachtsprogramma's.
- Advisering inzake het ontwikkelen van het wetenschappelijke beleid van de SMC (innovatie).
- De verhouding met de achterban (beleid voeren ten aanzien van de werkgemeenschappen).
- Beoordelingen door schriftelijk werkende jury's of kleine ad hoc commissies.

### Activiteiten in 1993

Een deel van de activiteiten waarbij de LAW betrokken was, staat beschreven in de *Algemene Beschouwing*. Dit betreft onder meer het volgende:

- Beleidsruimte GB-E.
- Proefprojecten *Massaal Parallel Rekenen*.
- De operatie *NWO op maat*.
- Het NWO-project *PIONIER*.

### Aandachtsprogramma's

De omvang van een aandachtsprogramma zal gemiddeld 4 à 5 oio- en post-doc-plaatsen bedragen en de duur gemiddeld 4 à 5 jaar. Daarbij zullen eveneens buitenlandse experts en bezoekers worden betrokken. Mogelijke uitgangspunten voor

het aanwijzen van aandachtsgebieden zijn:

- Terreinen binnen de wiskunde, die in Nederland nu of in de nabije toekomst als belangrijk worden gezien (als fundamenteel onderzoek, vanwege toepassingsgerichtheid of om maatschappelijke redenen).
- Gebieden binnen de wiskunde waar veelbelovend (jong) talent aanwezig is.

Eind 1993 waren er drie aandachtsprogramma's in uitvoering:

- *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen*. Dit aandachtsprogramma sluit goed aan bij het door NWO geïnitieerde prioriteitsprogramma *Niet-lineaire systemen*.
- *Algoritmen in de algebra*.
- *Rekenintensieve methoden in de stochastiek*. Dit aandachtsprogramma werd mogelijk gemaakt met steun van middelen uit de Beleidsruimte GB-E.

In het verslagjaar werden de werkgemeenschappen benaderd om nieuwe voorstellen in te dienen. Bij de SMC kwam één reactie binnen, namelijk een voorstel uit de Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde: *Algebraic curves and Riemann surfaces: geometry, arithmetic and applications*. De op 30 maart 1993 door de WEC ingestelde commissie High Performance Computing and Networking bereidde eveneens een aandachtsprogramma voor. Eind 1993 werd besloten het voorstel *Algebraic curves and Riemann surfaces* te honoreren.

Voor de komende periode zal de SMC nieuwe aandachtsprogramma's selecteren. Er zijn ook interdisciplinaire programma's; dit zijn in feite aandachtsprogramma's waarbij meer dan één stichting is betrokken. Een voorbeeld is het nu lopende programma *Mathematische Fysica*.

### Centrale jaarthema's

Landelijk is er een grote behoefte aan de mogelijkheid om jaarlijks twee onderwerpen binnen de wiskunde op een meer uitvoerige wijze aan de

orde te stellen.

Door middel van allerlei op elkaar afgestemde activiteiten (symposia, seminars, werkgroepen) krijgen deze onderwerpen landelijk extra aandacht. Vanzelfsprekend denkt men met name aan participatie van buitenlanders. Prominente buitenlandse onderzoekers zullen in Nederland verblijven en binnen Nederland zal men een groep van jonge en veelbelovende wiskundigen intensief bij zo'n centraal thema betrekken.

In het voorjaar van 1993 werd het centraal jaarthema *Logica* beëindigd en is het thema *Stochastiek* van start gegaan. Een belangrijke impuls hierbij was het feit dat de 22ste 'Conference on Stochastic Processes and their Applications' in Amsterdam plaatsvond. Deze belangrijke conferentie had een grote uitstraling op de Nederlandse stochastiek. Met de instelling van het centraal jaarthema *Stochastiek* is gepoogd het effect van deze uitstraling te versterken. Daartoe werden drie workshops georganiseerd, waarbij buitenlandse experts een belangrijke inbreng hadden, met de volgende onderwerpen:

- *Optimaal stoppen en partitionering.*
- *Wachtrijtheorie.*
- *Ruimtelijke processen en beeldanalyse.*

Een serie lezingen gewijd aan *Percolatie en veeldeeltjes-systemen* werd gegeven door internationaal bekende deskundigen op de Universiteit Utrecht, de Technische Universiteit Delft en het CWI. Het centraal jaarthema stochastiek wordt in het voorjaar van 1994 afgesloten met een korte, intensieve, lezingenserie over stochastische financiering.

Voor het academisch jaar 1994/1995 is nog geen thema vastgesteld.

#### *Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica*

De SMC zal het in 1992 afgesloten samenwerkingsverband continueren tot 1 januari 1999 en 50% van het jaarlijks budget voor haar rekening nemen. Doordat het samenwerkingsverband over een budget van *kf* 350 per jaar kan beschikken, is het mogelijk dat gemiddeld twee à drie nieuwe projecten per jaar gehonoreerd kunnen worden.

In het verslagjaar werden vier projecten ingediend. De volgende drie projecten werden gehonoreerd:

- *Mathematical structures of the Bethe-Ansatz and Yang-Baxter equations* (prof. dr. B. Nien-

huis, Universiteit van Amsterdam);

- *Applications of infinite dimensional Lie algebras in mathematical physics* (dr. G.F. Helminck, Universiteit Twente);
- *Fusion rings and quantum dimensions* (dr. J.W. Holten en dr. J. Fuchs, FOM-Instituut voor hoge-energiefysica).

#### *Netwerken*

Op het gebied van de wiskunde bestaan sinds 1 september 1991 vijf aio-netwerken die een tweede fase onderzoeksopleiding verzorgen. Het betreft hier het Landelijk Netwerk Mathematische Besliskunde, het netwerk Systeem- en Regeltheorie, het netwerk Taal, Logica en Informatie, het netwerk Stochastiek en het netwerk Numerieke Wiskunde. De werkgemeenschap Analyse en het samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica organiseren één-weekse cursussen gericht op aio's en oio's.

Deze netwerkactiviteiten zijn in het verslagjaar steeds meer in samenwerking met de onderzoekscholen van de wiskunde uitgevoerd.

#### *Overige activiteiten*

De werkgemeenschappen organiseren en coördineren vele onderzoeksactiviteiten, zoals de jaarlijkse meerdaagse conferenties, landelijke colloquia en summer schools. Voorbeelden zijn de Conferentie Numerieke Wiskunde, de Bijeenkomst van Stochastici, de Conference on the Mathematics of Operations Research, Benelux Meeting on Systems and Control, Lie Groups Seminar, Intercity Seminarium Meetkunde, Logic Intercity Seminar, Symposium Mathematische Fysica en het Colloquium History of Computing.

#### *Investerings*

In het verslagjaar ontving de SMC een investeringssubsidie ten behoeve van de Landelijke Activiteiten Wiskunde. Dit subsidie, groot *kf* 200, kwam ten laste van de gelden voor versterking hoger onderwijs en onderzoek. Het GB-E stemde in met het bestedingsvoorstel van de SMC om het subsidie beschikbaar te stellen aan:

- KU Nijmegen ten behoeve van onderzoek binnen het zwaartepunt *Computational and constructive mathematics*;
- RU Leiden ten behoeve van onderzoek in het kader van het aandachtsprogramma *Rekenintensieve methoden in de stochastiek*;
- Expertisecentrum CAN.

# Enige projectbeschrijvingen

## Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen

Werkgemeenschap	:	Numerieke Wiskunde
Project	:	Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen
Projectleider(s)	:	prof. dr. M.N. Spijker
Projectmedewerker(s)	:	drs. J.L.M. van Dorsselaer
Instelling	:	Rijksuniversiteit Leiden

### Inleiding

Beginwaardeproblemen voor differentiaalvergelijkingen spelen binnen de wiskunde en natuurwetenschappen een belangrijke rol. In tal van praktische situaties wil men de oplossing van zulke beginwaardeproblemen kennen. Deze oplossing voorspelt namelijk de waarden die (fysische) grootheden in de toekomst aannemen, wanneer men deze waarden in het heden kent. Als voorbeeld kan men hierbij denken aan het voorspellen van de concentraties van chemicaliën die betrokken zijn bij een chemische reactie, gegeven alle concentraties in de begintoestand; of aan het voorspellen van de positie van een kunstmaan na 1 week, wanneer de positie en snelheid van de kunstmaan vandaag bekend zijn; of ook aan het voorspellen van de verspreiding (door diffusie en convectie) van een milieu-onvriendelijke stof, wanneer de huidige verspreiding en concentratie bekend zijn.

In verreweg de meeste gevallen zijn de optredende beginwaardeproblemen niet exact oplosbaar met methoden uit de klassieke toegepaste wiskunde – dat wil zeggen voor de oplossing is géén bruikbare wiskundige formule voorhanden. In deze gevallen kunnen numerieke methoden uitkomst bieden. Deze methoden leiden in het algemeen tot een groot aantal berekeningen die op computers worden uitgevoerd. Met goed ontworpen rekenmethoden kan de oplossing van een beginwaardeprobleem, in principe, willekeurig nauwkeurig worden benaderd.

Het ontwerpen van goede numerieke methoden kan echter problematisch zijn. Bij ervaren gebruikers van rekenprocessen is het bekend dat, bijvoorbeeld een naïeve simpele vervanging van

differentiaalquotiënten (voorkomend in de differentiaalvergelijking) door differentiequotiënten vaak *niet* tot een goede numerieke methode leidt. Rekenprocessen gebaseerd op zo'n vervanging zijn vaak numeriek instabiel en de verkregen benaderingen zijn hierdoor volledig onbetrouwbaar.

In dit project worden rekenprocessen voor het benaderend oplossen van beginwaardeproblemen theoretisch onderzocht. Het doel is inzicht te krijgen in hun stabiliteit en betrouwbaarheid. Met dit inzicht kunnen *a priori* de kwaliteiten van rekenprocessen worden beoordeeld en ongewenste instabiliteiten worden vermeden.

### Stabiliteitsanalyse van numerieke processen

In de meeste numerieke processen voor het oplossen van beginwaardeproblemen worden de benaderingen achtereenvolgens berekend uit een recurrente betrekking. Een kardinale vraag is hierbij of de recurrente betrekking *stabiel* is – met de term *stabiel* doelen we op de situatie waarbij de benaderingen relatief ongevoelig zijn voor kleine numerieke storingen (zoals bijvoorbeeld afrondfouten). Indien de recurrente betrekking niet stabiel is, kunnen de verkregen benaderingen geheel onbetrouwbaar zijn (zie Figuur 1).

Een klassieke techniek voor stabiliteitsanalyse van numerieke processen, toepasbaar bij de oplossing van partiële differentiaalvergelijkingen, maakt gebruik van *Fourier-transformaties*. Deze techniek werd circa 50 jaar geleden toegepast door J. von Neumann en heeft geleid tot een beroemd naar hem genoemd stabiliteitscriterium. Een ander, eveneens klassiek, hulpmiddel voor stabiliteitsanalyse, toepasbaar bij de oplossing van gewone differentiaalvergelijkingen, is het zo-

genaamd *stabiliteitsgebied* van een numerieke methode. Zulke gebieden zijn deelverzamelingen van het complexe vlak; ze werden de afgelopen 30 jaar uitvoerig bestudeerd – nadat G. Dahlquist, in een baanbrekend artikel (1963), hiertoe de aanzet had gegeven.

De zojuist genoemde technieken voor stabiliteitsonderzoek geven uitsluitsel over het gedrag dat een numerieke methode zou hebben bij toepassing op een zéér eenvoudig testprobleem. Bijgevolg leidt Fourier-transformatie alleen bij *lineaire* partiële differentiaalvergelijkingen met *constante* coëfficiënten (en bij zeer vereenvoudigde begin- en randcondities) rechtstreeks tot een bevredigend en betrouwbaar stabiliteitscriterium. Op analoge wijze zijn stabiliteitsgebieden, in eerste instantie, alleen maar van toepassing bij scalaire gewone differentiaalvergelijkingen  $U'(t) = \lambda U(t)$  met complexe constante  $\lambda$ .

Door deze beperkingen is de geldigheid van Von Neumann's stabiliteitscriterium en de relevantie van stabiliteitsgebieden problematisch wanneer het gaat om de numerieke oplossing van meer algemene en realistische differentiaalvergelijkingen. Bovendien is een rechtstreekse toepassing van Fourier-transformaties bij belangrijke klassen van numerieke processen (zoals spectraalmethoden) niet mogelijk.

Deze onbevredigende situatie is de laatste jaren verbeterd door een interessante ontwikkeling op het gebied van de stabiliteitsanalyse. Fundamentele bijdragen zijn hierbij geleverd door CROUZEIX (1987), LUBICH en NEVANLINNA (1991), PALENCIA (1992), REDDY en TREFETHEN (1990, 1992), THOMÉE (1991). In Nederland heeft de Numerieke Wiskunde Groep van de Rijksuniversiteit Leiden actief aan deze ontwikkeling deelgenomen. Het is gelukt stabiliteitscriteria op te stellen die geldig zijn voor het geval van differentiaalvergelijkingen die wezenlijk algemener zijn dan de eenvoudige klassieke testproblemen. Dank zij het kader waarin deze algemene criteria geformuleerd worden, is toepassing mogelijk zowel bij de numerieke oplossing van gewone als van partiële differentiaalvergelijkingen. Bovendien zijn de stabiliteitscriteria, in beginsel, toepasbaar in gevallen waar Fourier-transformaties niet relevant zijn (zoals bij spectraalmethoden).

Genoemde internationale ontwikkeling is thans nog in volle gang. Hoewel interessante nieuwe stabiliteitscriteria voorhanden zijn, blijft een aantal belangrijke vragen nog steeds onopgelost. Dit gebied van onderzoek, op het terrein van de

numerieke wiskunde, is gerelateerd aan onder andere de functionaalanalyse en de complexe functietheorie.

De nieuwe criteria voor stabiliteit zijn gebaseerd op een combinatie van stabiliteitsgebieden met een zogenaamde *resolventvoorwaarde* die sterk verwant is aan een bekende voorwaarde van H.O. KREISS (1962). Daadwerkelijke toepassing van deze criteria vereist dan ook dat deze resolventvoorwaarde bij concrete numerieke processen geverifieerd wordt. Ook op dit gebied liggen nog belangrijke open vragen.

### Het onderzoek in het project

Eén van de doelstellingen van het project is betrouwbare stabiliteitscriteria te vinden voor numerieke methoden ter oplossing van grote stelsels *gewone* differentiaalvergelijkingen  $U'(t) = AU(t)$  (met gegeven beginvoorwaarde  $U(0)$  in  $\mathbb{R}^s$ ). Hierbij is  $A$  een  $s \times s$  matrix die in het algemeen niet normaal is, en  $U(t)$  (voor  $t > 0$ ) een onbekende vector in  $\mathbb{R}^s$ . Toepassing van een zogenaamde éénstapsmethode, met stapgrootte  $h > 0$ , leidt tot een recurrente betrekking van het type  $u_n = Bu_{n-1}$ , waarbij  $B$  een  $s \times s$  matrix is die van  $h$  en  $A$  afhangt, en  $u_n \in \mathbb{R}^s$ . Een kardinaal punt bij het stabiliteitsonderzoek van deze recurrente betrekking is de vraag of de norm  $\|B^n\|$ , uniform in  $n$  en  $h$ , door een constante van matige grootte te begrenzen is. Dit stabiliteitsonderzoek is tevens van belang bij de numerieke oplossing van beginrandwaardeproblemen bij *partiële* differentiaalvergelijkingen. Veel processen voor het oplossen van zulke problemen zijn namelijk ook in de vorm  $u_n = Bu_{n-1}$  te schrijven.

Een noodzakelijke voorwaarde voor de existentie van een matige constante die  $\|B^n\|$  begrenst, is dat de modulus van alle eigenwaarden van  $B$  kleiner of gelijk 1 is (en zelfs strict kleiner dan 1 als de geometrische multipliciteit van de bijbehorende eigenwaarde kleiner is dan de algebraïsche multipliciteit). S.V. PARTER (1962) was één van de eersten die opmerkte dat dit eigenwaardecriterium vaak geen bevredigende *voldoende* voorwaarde voor stabiliteit oplevert; de bekende voorwaarde van Kreiss levert daarentegen wel bovengrenzen van matige grootte voor  $\|B^n\|$  op. De bovengenoemde theorie ontwikkeld door Crouzeix, Lubich en Nevanlinna, Palencia, Reddy en Trefethen, Thomée en anderen geeft een voldoende (en ook noodzakelijke) voorwaarde voor  $h$  en  $A$  opdat  $B$  aan de voorwaarde

van Kreiss voldoet. Deze voorwaarde op  $h$  en  $A$  is een zogenaamde resolventvoorwaarde met betrekking tot een verzameling  $V$  in het complexe vlak. Verder moet  $V$  in het stabiliteitsgebied  $S$  van de éénstapsmethode liggen, zie Figuur 2. (Het stabiliteitsgebied van een éénstapsmethode bestaat uit alle complexe getallen  $h\lambda$  waarvoor de numerieke oplossingen van de scalaire testvergelijking  $U'(t) = \lambda U(t)$ , met stapgrootte  $h$ , uniform begrensd zijn.)

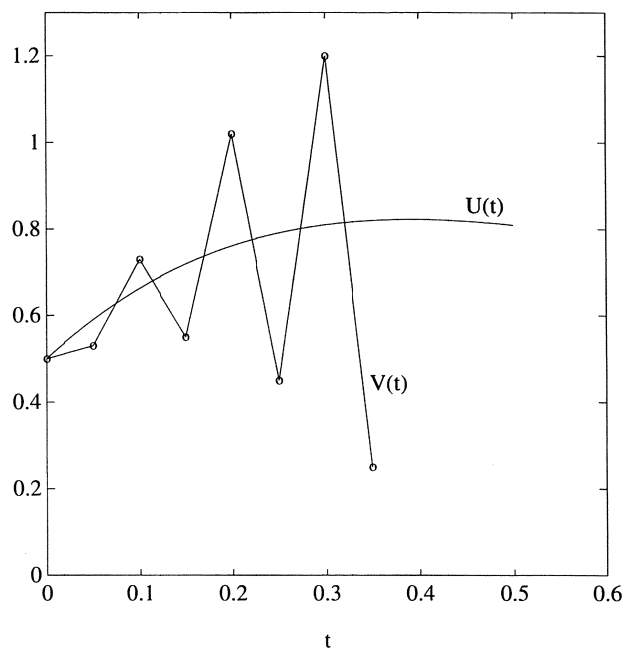
In dit project is onder andere de stabiliteit onderzocht van spectrale collocatiemethoden die toegepast worden op een convectie-diffusieprobleem. Een spectrale collocatiemethode wordt gekarakteriseerd door de keuze van de zogenaamde *collocatiepunten*. In dit onderzoek hebben we als collocatiepunten onder andere de zogenaamde Legendre-Gauss-Lobatto punten genomen. Van veel numerieke methoden voor het oplossen van convectie-diffusievergelijkingen is bekend dat ze sterk instabiel kunnen zijn in situaties waar men dit geheel niet zou verwachten. Verder is het voor spectraalmethoden niet mogelijk stabiliteit aan te tonen met behulp van Fourier-transformaties. Numerieke experimenten laten zien dat, met de Legendre-Gauss-Lobatto punten, het proces stabiel is zodra aan het klassieke eigenwaardecriterium voldaan is. Dit opmerkelijke feit (dat zich in het algemeen niet voordoet bij andere numerieke processen voor het oplossen van convectie-diffusievergelijkingen) is in het project theoretisch verklaard door aan te tonen dat  $h$  en  $A$  in dit geval ook aan een geschikte resolventvoorwaarde voldoen.

In het algemeen is het moeilijk, met theoretische hulpmiddelen, aan te tonen dat  $h$  en  $A$  aan een resolventvoorwaarde voldoen, en voor een aantal belangrijke numerieke methoden is dit (nog) niet gelukt. Aangezien men voor deze schema's toch a priori wil weten of ze stabiel zijn of niet, is in dit project ook onderzocht of men numeriek na kan gaan of  $h$  en  $A$  aan een resol-

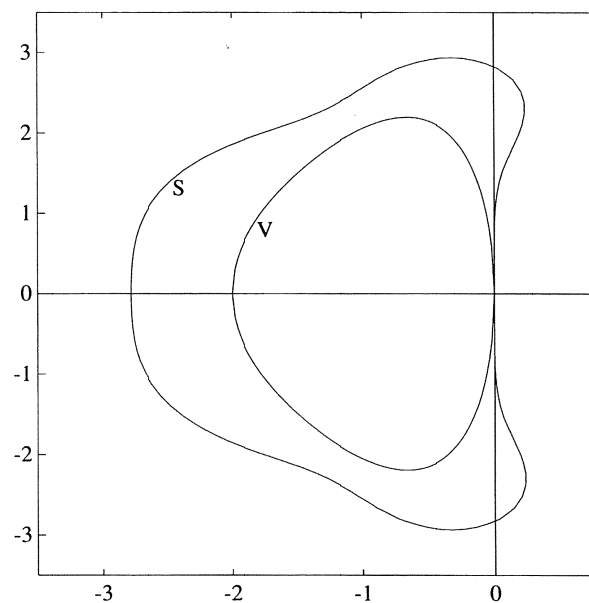
ventvoorwaarde voldoen. Er is een algoritme ontwikkeld die, bij een gegeven willekeurige  $h$  en  $A$ , automatisch een verzameling  $V$  bepaalt zodat  $h$  en  $A$  aan een resolventvoorwaarde met betrekking tot deze verzameling  $V$  voldoen. Voor een gegeven beginwaardeprobleem kunnen met deze algoritme de stabiliteitseigenschappen van verschillende numerieke methoden met elkaar vergeleken worden.

Verder is in dit project voor een speciale klasse van convectie-diffusieproblemen een nieuw numeriek proces geconstrueerd. Dit proces is een spectrale collocatiemethode en is gebaseerd op ideeën van CANUTO (1986). Als collocatiepunten zijn behalve de 'klassieke' Legendre-Gauss-Lobatto punten en Chebyshev-Gauss-Lobatto punten ook collocatiepunten gebruikt uit een recente publikatie van KOSLOFF en TAL-EZER (1993). De stabiliteit van het nieuwe proces (met de verschillende keuzes voor de collocatiepunten) is onderzocht door gebruik te maken van bovengenoemd algoritme. Uit deze experimenten kan geconcludeerd worden dat de spectrale collocatiemethoden toegepast met de collocatiepunten geïntroduceerd door Kosloff en Tal-Ezer betere stabiliteitseigenschappen hebben dan methoden waarbij de Legendre-Gauss-Lobatto punten of Chebyshev-Gauss-Lobatto punten als collocatiepunten gebruikt worden. Deze conclusie is theoretisch belangwekkend en kan voor de praktische toepassing van spectrale collocatiemethoden van belang zijn.

Tenslotte zij vermeld dat in dit project ook aandacht besteed is aan de analyse van numerieke één- en meerstapsmethoden voor het oplossen van sterk niet-lineaire beginwaardeproblemen. In het bijzonder is de orde van de stopfout vastgesteld voor Newton-processen die optreden bij de numerieke oplossing van stijve problemen. Deze orde blijkt aanzienlijk lager te zijn dan men, op grond van oude resultaten in de internationale literatuur, zou verwachten.



**Figuur 1.** De gebroken rechte is een karakteristiek voorbeeld van de slechte benaderingen die men verkrijgt bij toepassing van een rekenproces dat numeriek instabiel is. Hierbij stelt  $V(t)$  de benadering van de gezochte oplossing  $U(t)$  voor.



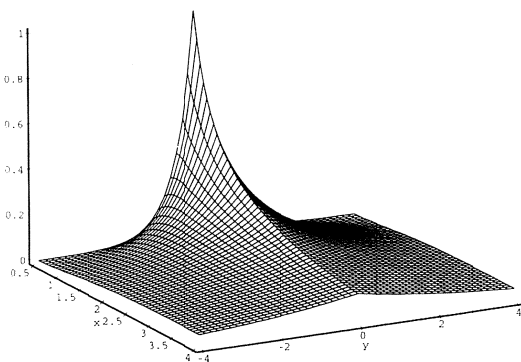
**Figuur 2.** Het complexe vlak. De randen van de verzamelingen  $V$  en  $S$  ( $V \subset S$ ) zijn weergegeven.

# Statistiek voor grote parameter ruimten

Werkgemeenschap	:	Stochastiek
Project	:	Statistiek voor grote parameter ruimten. Deelproject: functionele en structurele methoden
Projectleider(s)	:	prof. dr. C.A.J. Klaassen
Projectmedewerker(s)	:	drs. E.R. van den Heuvel
Instelling	:	Universiteit van Amsterdam

## Twee schattingsproblemen

Een van de belangrijkste onderdelen van de mathematische statistiek is de *schattingstheorie*. Deze houdt zich bezig met het schatten van onbekende *parameters* op basis van *waarnemingen*  $x_1, \dots, x_n$ . Deze waarnemingen kunnen worden opgevat als realisaties van de stochastische grootheden  $X_1, \dots, X_n$ . De moeilijkheidsgraad van een schattingsprobleem wordt bepaald door het model dat voor de stochasten  $X_1, \dots, X_n$  wordt gekozen. De kern van het onderhavige onderzoek is een vergelijking qua moeilijkheidsgraad van twee modellen, te weten, het *functionele* en het *structurele* model.



**Figuur 1.** Dichtheden voor verschillende waarden van de storingsparameters

## Functioneel model

Modellen worden in de statistiek gegeven door de klasse van mogelijke verdelingen van  $X = (X_1, \dots, X_n)$  te beschrijven. Het is intuïtief duidelijk dat, hoe groter deze klasse is, des te

moeilijker het is om de parameter, die we  $\theta$  zullen noemen, te schatten. Met nadruk merken we terzijde op, dat zo'n verband niet bestaat tussen de grootte van de klasse en de moeilijkheidsgraad van de wiskundige analyse van het resulterende schattingsprobleem.

Zij  $\mathcal{P} = \{P_{\theta, \eta} \mid \theta \in \Theta, \eta \in H\}$  een klasse van kansmaten op de meetbare ruimte, waarin de  $X_i$ 's hun waarden aannemen. Laat nu  $X_1, \dots, X_n$  stochastisch onafhankelijk zijn en zij de kansmaat  $P_{\theta, \eta_i}$  de verdeling van  $X_i$  voor  $i = 1, \dots, n$ . Hierbij zijn we geïnteresseerd in het schatten van de Euclidische, oftewel eindig-dimensionale parameter  $\theta$  en zijn de parameters  $\eta_1, \dots, \eta_n$ , ook wel storingsparameters genoemd, onbekend.

Met name bestuderen we de situatie waarin de  $\eta_i$ 's verschillend kunnen zijn. De extra aanname van gelijkheid van alle  $\eta_i$ 's leidt tot het klassieke geval van stochastisch onafhankelijke en identiek verdeelde stochasten. Aan dergelijke schattingsproblemen is al zeer veel wiskundig statistisch onderzoek verricht, in het bijzonder voor de situatie waarin ook  $\eta = \eta_1 = \dots = \eta_n$  een Euclidische parameter is. Er wordt dan van een parametrisch model gesproken.

Figuur 1 bevat een verzameling van dubbel exponentiële verdelingen. Voor iedere waarde van  $\eta$ , dit is een waarde van de storingsparameter, is de functie die overblijft in  $x$  een dubbel exponentiële dichtheid. Dus de stochastische variabelen  $X_1, \dots, X_n$  hebben alle een dubbel exponentiële verdeling waarvan de storingsparameters verschillend zijn. In het functionele model weten we echter niet wat de waarden van de storingsparameters zijn. De dubbel exponentiële dichtheid wordt gegeven door  $f_{\theta, \eta}(x) = \exp(-|x - \theta|/\eta)/(2\eta)$ ; in het plaatje is  $\theta = 0$  genomen. De laatste twee decennia zijn de zogenaamde semiparametrische model-



len sterk in de belangstelling gekomen, waarin de storingsparameter  $\eta$  niet Euclidisch, maar oneindig-dimensionaal is. Een voorbeeld daarvan is het structurele model.

### Structureel model

Hierin zijn  $X_1, \dots, X_n$  stochastisch onafhankelijk en identiek verdeeld volgens een kansverdeling  $P_{\theta, G}$ . Deze kansmaat  $P_{\theta, G}$  is een mengsel van kansmaten  $P_{\theta, \eta}$  uit  $\mathcal{P}$ . Dit mengsel wordt bepaald door de verdeling  $G$  op de ruimte  $H$  van storingsparameters  $\eta$ . In formule wordt dit

$$P_{\theta, G} = \int P_{\theta, \eta} dG(\eta).$$

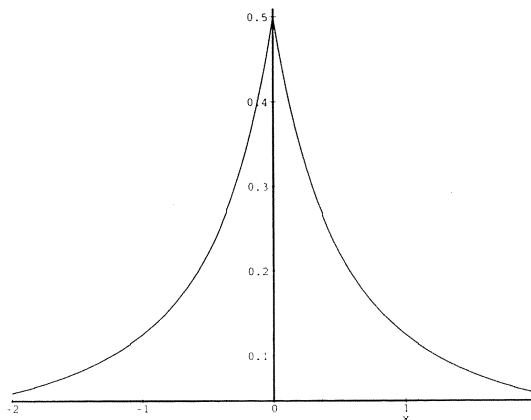
Hierbij is  $G$  een onbekende verdeling uit een bekende klasse  $\mathcal{G}$  van verdelingen. In feite wordt hiermee de storingsparameter  $\eta$  vervangen door een nieuwe storingsparameter  $G$ . Als  $\eta$  eindig-dimensionaal is, kan niettemin  $\mathcal{G}$  oneindig-dimensionaal zijn. Dit is meestal het geval en daarmee vormt de klasse van verdelingen  $P_{\theta, G}$  een semiparametrisch model. Een uitgebreid overzicht van de schattingstheorie voor deze modellen wordt gegeven in BICKEL, KLAASSEN, RITOV en WELLNER (1993).

Het kansmechanisme dat in dit structurele model de realisatie  $x_i$  van  $X_i$  bepaalt, is dus voor alle  $i = 1, \dots, n$  hetzelfde, en het werkt als volgt. Eerst wordt volgens de (onbekende) verdeling  $G$  een waarde  $\eta_i$  van de storingsparameter gekozen en vervolgens wordt  $x_i$  net zo voortgebracht als in het functionele model, dat wil zeggen, overeenkomstig de kansverdeling  $P_{\theta, \eta_i}$ .

Het enige verschil tussen het structurele en het functionele model is dus, dat in het functionele model **niets** wordt aangenomen over het (al dan niet stochastische) mechanisme dat de waarden  $\eta_1, \dots, \eta_n$  van de storingsparameters bij de stochasten  $X_1, \dots, X_n$  vaststelt en dat in het structurele model wordt aangenomen dat deze  $\eta_1, \dots, \eta_n$  kunnen worden opgevat als realisaties van  $n$  stochastisch onafhankelijke en identiek verdeelde stochasten, elk met verdeling  $G$  op  $H$ . Dit onderscheid tussen de twee modellen correspondeert dus met het verschil tussen determinisme en stochastiek en ligt daarom dicht bij het hart van de statistiek.

In Figuur 2 is een mengsel (het Structurele model) genomen over de dubbel exponentiële verdeling waarbij de verdeling van  $1/\eta$  gelijk is aan de Gamma-verdeling met beide para-

meters gelijk aan 1. Hier hebben alle stochasten  $X_1, \dots, X_n$  dezelfde verdeling gegeven in Figuur 2. Deze verdeling heeft dichtheid  $f(x) = (1 + |x - \theta|)^{-2}/2$ ; weer is  $\theta = 0$  gekozen.



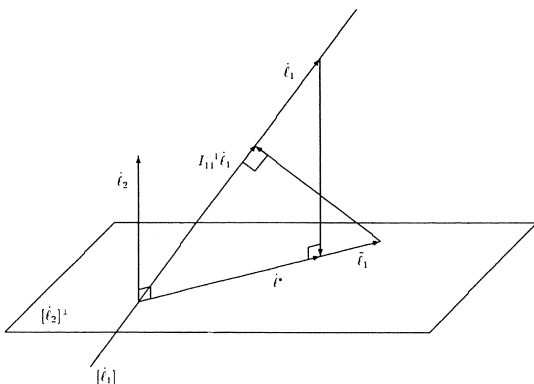
**Figuur 2.** Dubbel exponentiële dichtheden gemengd via een Gamma-verdeling

### Optimaliteit schatters

Omdat een eindig aantal waarnemingen die volgens een zeker statistisch model worden voortgebracht, slechts eindig veel informatie over de onbekende parameter  $\theta$  kan bevatten, kan een schatter gebaseerd op deze waarnemingen de parameter  $\theta$  niet willekeurig nauwkeurig schatten. Er bestaan dan ook niet-triviale grenzen voor de nauwkeurigheid van schatters. Zulke grenzen werden reeds in de twintiger jaren door Fisher voorgesteld, maar pas rond 1970 door Hájek en Le Cam bewezen en nauwkeurig geformuleerd in de Convolutiestelling en de LAM-stelling (Locale Asymptotische Minimax stelling). Deze resultaten betroffen parametrische modellen en ze zijn later gegeneraliseerd naar semiparametrische en niet-parametrische modellen. De resulterende convolutiestellingen en LAM-stellingen zijn alle asymptotisch van aard, dat wil zeggen, geldig voor de steekproefomvang  $n$  divergerend naar oneindig.

In Figuur 3 zien we de projectie van de scorefunctie  $\dot{\ell}_1$  op de lineaire deelruimte die loodrecht staat op de scorefunctie  $\dot{\ell}_2$ . Hierbij is  $\dot{\ell}_1$  de afgeleide van de loglikelihood naar de parameter die we willen schatten en is  $\dot{\ell}_2$  de afgeleide van de loglikelihood naar de storingsparameter. De

projectie  $\hat{\ell}^*$  die we hiermee krijgen wordt de efficiënte scorefunctie genoemd. Deze bepaalt de ondergrens voor het gedrag van schatters uit de Convolutiestelling en de LAM-stelling.



**Figuur 3.** De projectie van scorefuncties

Nuttig zijn zulke grenzen op de nauwkeurigheid van schatters alleen dan, als ze bereikt kunnen worden. Met de constructie van een schatter die dezelfde nauwkeurigheid heeft als de grens geeft, worden dan twee vliegen in één klap gevangen. Zowel de grens als de schatter zijn dan namelijk optimaal. Zulke schatters worden dan ook asymptotisch efficiënt genoemd. Een grens die niet bereikt kan worden en een schatter die de grens niet haalt, hebben in het algemeen weinig waarde.

### Historie en toekomst

Als  $f(\cdot)$  een symmetrische dichtheid is op de reële rechte ten opzichte van de Lebesgue maat en  $P_{\theta, \eta}$  dichtheid  $f((\cdot - \theta)/\eta)/\eta$  heeft, leidt het structurele model tot het symmetrisch locatie probleem: schat het symmetriepunt van een onbekende symmetrische verdeling. Voor dit speciale semiparametrische model zijn al in de zeventiger jaren asymptotisch efficiënte schatters geconstrueerd, die adaptief genoemd werden, omdat ze zich aanpassen aan de onbekende dichtheid door deze te schatten en ze daardoor asymptotisch hetzelfde gedrag vertonen als efficiënte schatters voor de parametrische situatie waarin de symmetrische dichtheid bekend is. Door BICKEL en KLAASSEN (1986) is aangetoond dat zo'n adaptieve schatter ook asymptotisch efficiënt is

voor het corresponderende functionele model. Hierbij werd wel de klasse van mogelijke schatters enigszins ingeperkt, waardoor het mogelijk werd te laten zien dat het functionele en structurele model dezelfde grens op het gedrag van deze schatters leggen.

Een sterkere inperking van de klasse van concurrerende schatters is gebruikt door PFANZAGL (1993), die in een algemene vergelijking van functionele en structurele modellen voor asymptotisch lineaire schatters liet zien dat beide modellen tot dezelfde grenzen leiden. Overigens zijn in het structurele model efficiënte schatters automatisch asymptotisch lineair.

Tenslotte zijn ook door STRASSER (1993) beide modellen vergeleken en heeft hij voor een sterk beperkte klasse van functionele modellen de equivalentie aangetoond met het structurele model.

In het onderhavige onderzoek wordt een poging ondernomen de zeer beperkte kennis en literatuur op dit terrein uit te breiden met een fundamentele vergelijking van beide modellen en corresponderende schattingsproblemen. Het basisprobleem hierbij is voor het (permutatie invariant gemaakte) functionele model het limietgedrag van het zogenaamde aannemelijkheidsquotiënt te bepalen. Zou dit bekend zijn dan volgen Convolutiestelling en LAM-stelling vrijwel automatisch. Gezien de enorme kanstheoretische vragen bij dit basisprobleem zijn waarschijnlijk, net als in de literatuur tot nu toe, omwegen nodig om tot het gestelde doel te geraken.

### Referenties

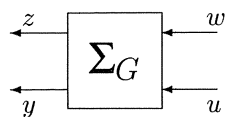
1. P.J. BICKEL, C.A.J. KLAASSEN, Y. RITOV, J.A. WELLNER (1993). *Efficient and Adaptive Estimation for Semiparametric Models*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore.
2. P.J. BICKEL, C.A.J. KLAASSEN (1986). Empirical Bayes estimation in functional and structural models, and uniformly adaptive estimation of location. *Adv. Appl. Math.* 7, 55-69.
3. J. PFANZAGL (1993). Incidental versus random nuisance parameters. *Ann. Statist.* 21, 1663-1691.
4. H. STRASSER (1993). *Asymptotic Efficiency of Estimates for Models with Incidental Nuisance Parameters*, preprint, University Vienna.

# $H_\infty$ -Control voor oneindig-dimensionale systemen: een toestandsaanpak

Werkgemeenschap	: Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie
Project	: Dissipatieve oneindig-dimensionale systemen
Projectleider	: prof. dr. R.F. Curtain (RUG)
Projectmedewerker	: dr. B.A.M. van Keulen
Instelling	: Rijksuniversiteit Groningen

## Inleiding

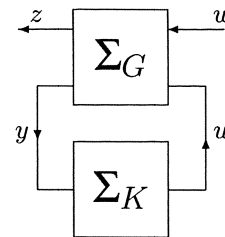
Een regelprobleem gaat over het beïnvloeden van een fysisch systeem om bepaalde doelstellingen te bereiken. Men gaat uit van de beschikbaarheid van waarnemingen van het gedrag van het systeem en de mogelijkheid om het systeem te sturen. Abstracte wiskundige regelproblemen gaan uit van een wiskundig model in plaats van het fysische systeem en een abstracte formulering van de doelstellingen, waarnemingen en besturingen. Doorgaans formuleert men dit probleem niet voor één wiskundig model, maar voor een hele klasse wiskundige modellen met bijbehorende klassen van doelstellingen en klassen van inputs en outputs. Er zijn talloze mogelijkheden, maar het onderzoek beperkte zich tot een bepaalde probleemstelling die bekend staat als ‘ $H_\infty$ -control’. Het is mogelijk verschillende doelstellingen in een zelfde soort abstracte formulering te gieten. Zie Figuur 1.



**Figuur 1.** Het gegeneraliseerde systeem  $\Sigma_G$

$\Sigma_G$  is een wiskundige beschrijving van een gegeneraliseerd systeem (het oorspronkelijke systeem dat men wil beïnvloeden vormt maar een onderdeel hiervan),  $w$  en  $u$  zijn beide inputs en  $z$  en  $y$  zijn de outputs. De output  $y$  is beschikbaar als waarneming, maar de output  $z$  niet;  $z$  is vaak de output die men graag wil regelen. De input  $u$  kan gekozen worden om het systeem te beïnvloeden, maar de input  $w$  niet;  $w$  beïnvloedt het systeem wel, maar kan niet gekozen worden. Men spreekt vaak van  $u$  als storing. Nu, gegeven

$\Sigma_G$  met het input paar  $(u, w)$  en het output paar  $(z, y)$ , wil men een ander systeem vinden,  $\Sigma_K$ , de regelaar, zodanig dat het geslotenlus systeem (zie Figuur 2) gestabiliseerd wordt en aan bepaalde normen voldoet.



**Figuur 2.** Het geslotenlus systeem

Als men  $\Sigma_G$  als apart systeem beschouwt, dan heeft het de output  $y$  en de input  $u$ , maar in de configuratie van Figuur 2 beschouwt men het geslotenlus systeem van  $\Sigma_G$  gecombineerd met  $\Sigma_K$  met de input  $u$  en de output  $z$ .

Voor het  $H_\infty$ -control probleem eist men dat de norm van de afbeelding van de input  $u$  naar de output  $y$  kleiner blijft dan een gegeven constante en dat het geslotenlus systeem intern stabiel blijft. Uiteraard moet men, om dit precies te formuleren, een paar definities invoeren en een paar bladzijden vol met formules schrijven, maar dat is niet de opzet van dit verhaal.

## Ontwikkelingen in het vakgebied

$H_\infty$ -control problemen dateren uit de tachtiger jaren en staan nog steeds volop in de belangstelling; een aardige inleiding is [1]. Meestal gaat men uit van de beschrijving van het systeem  $\Sigma_G$  in termen van lineaire differentiaalvergelijkingen of differentievergelijkingen; een aardige bijdrage tot het onderzoek naar  $H_\infty$ -control voor dit soort systemen vindt men in [2], een

promotie-onderzoek van de Technische Universiteit Eindhoven. In dit project (RU Groningen) werd besloten naar een algemene klasse systemen te kijken, de zogenaamde oneindig-dimensionale systemen. Hieronder vallen systemen die door partiële differentiaalvergelijkingen of door vertraagde differentiaalvergelijkingen worden beschreven. Onlangs is onderzoek naar  $H_\infty$ -control problemen van niet-lineaire systemen door A. van der Schaft in Twente begonnen. Toch verschijnen er nog steeds veel artikelen over  $H_\infty$ -control problemen voor systemen beschreven door gewone lineaire differentiaalvergelijkingen.  $H_\infty$ -control blijft een belangrijk onderzoeksterrein.

### Projectbeschrijving

Zoals in de inleiding is aangekondigd, werd een standaard  $H_\infty$ -control probleemformulering beschouwd voor een algemene klasse van systemen. Er ontstaat dan een probleem uit de functionaal-analyse, met in plaats van matrices A,B,C,D,E,F etc. operatoren A,B,C,D,E,F... om het systeem te beschrijven. Tijdens de eerste fase van het onderzoek werd gekeken naar de klasse problemen waarin de systeemoperator A onbegrensd is, maar wel de infinitesimale generator van een sterk continue halfgroep, terwijl de overige operatoren begrensd waren. Uit soortgelijke problemen werd de hoop gekoesterd dat voor deze klasse een mooie generalisatie van de eindig-dimensionale resultaten mogelijk zou moeten zijn. Dit bleek waar te zijn en dat niet alleen; vele bewijzen waren eleganter en scherper omdat de onderzoekers werden gedwongen naar efficiëntere bewijs-technieken te zoeken. Dit was allemaal mooi, maar in de praktijk blijkt deze klasse te klein om echt interessant te zijn, bijvoorbeeld voor

systemen die door partiële differentiaalvergelijkingen worden beschreven, is de besturing aan de rand geïmplementeerd of meet men in punten. Dit leidt tot onbegrensde B,C,D,E,F operatoren. Voor systemen met vertragingen treedt er vaak ook vertraging in de inputs of outputs op en dit leidt eveneens tot onbegrensde B,C,D... operatoren.

Omdat de klasse van 'onbegrensde operatoren' een zeer grote klasse is, werd de aandacht beperkt tot de zogenoemde 'Pritchard-Salamon' klasse. De motivatie hiervoor was de kennis dat deze klasse van systemen over mooie eigenschappen beschikt die geschikt zijn voor het formuleren van regelproblemen, bijvoorbeeld geslotenlus systemen waarvan  $\sum_G$  en  $\sum_K$  tot de Pritchard-Salamon klasse behoren, zijn zelf ook Pritchard-Salamon systemen. Verder omvat deze klasse de meeste vertraagde systemen en vele systemen met randbesturing. Deze generalisatie lukte ook perfect, hoewel deze stap zeer technisch van aard was. Het eindproduct is een existentiële stelling voor het  $H_\infty$ -control probleem voor een klasse van oneindig-dimensionale systemen en vele abstracte formules. In de toekomst willen onderzoekers deze theorie toepassen op concrete regelproblemen voor concrete vertraagde systemen, eventueel in de vorm van een promotie-onderzoek.

### Referenties

1. BRUCE A. FRANCIS (1978). *A Course in  $H_\infty$ -Control Theory*, LNCIS Vol 88, Springer Verlag, Berlin.
2. A.A. STOOBVOGEL (1992). *The  $H_\infty$ -Control Problem: A State-Space Approach*, Prentice Hall.

# Algebraïsch-meetskundige codes

Werkgemeenschap	:	Discrete Wiskunde
Project	:	Algebraïsch-meetskundige codes
Projectleider(s)	:	dr. G.R. Pellikaan
Projectmedewerker(s)	:	dr. ir. I.M. Duursma
Instelling	:	Technische Universiteit Eindhoven

## Inleiding

De theorie der foutenverbeterende codes heeft zijn oorsprong in de communicatietheorie. Twee apparaten wisselen informatie uit (voorbeelden zijn: telefoon, fax, communicatie via satellieten, uitwisseling van gegevens tussen computers) en door ruis of anderszins kan het ontvangen bericht verschillen van het verstuurd bericht. We nemen aan dat de verschillen klein zijn. Zo zullen we een tekst met weinig typefouten in de regel makkelijk kunnen corrigeren, zo zelfs dat we dit veelal onbewust doen. In ieder geval is het de bedoeling dat de verschillen klein zijn door een juist ontwerp van de apparaten en zo mogelijk van het kanaal dat ze verbindt. Deze theorie is begonnen met het werk van Shannon en Hamming bij de Bell Telephone Laboratories aan het eind van de jaren veertig. Ofschoon bovenstaande theorie ook wel coderingstheorie wordt genoemd, is de geheimhouding van het bericht niet het doel. Dit laatste is onderwerp van studie van de cryptografie.

Het probleem in de coderingstheorie is: het efficiënt versturen en ontvangen van berichten over een kanaal met ruis op zodanige wijze dat het oorspronkelijk verstuurd bericht op een eenvoudige manier te verkrijgen is uit het eventueel verminkt ontvangen bericht. Het schema van Shannon in Figuur 1 vat het bondig samen.

Het opslaan van informatie kan op een analoge manier worden beschreven. Derhalve is de coderingstheorie toepasbaar op dit proces.

Informatie kan bijvoorbeeld worden opgeslagen in een boek of op een compact disc.

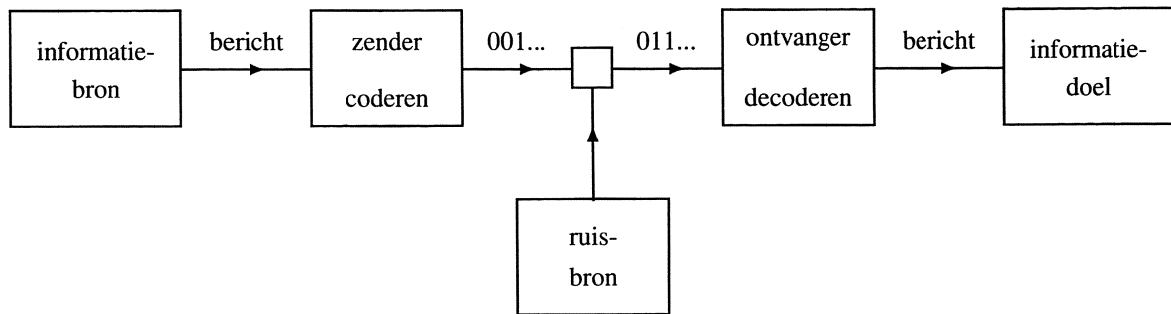
## Ontwikkeling

Het probleem heeft een vruchtbare vertaling in de wiskunde gevonden. Berichten, zowel gecodeerde als ontvangen berichten, zijn woorden, dat wil zeggen rijtjes letters uit een alfabet. De rijtjes

letters worden gemakkelijk vertaald in de taal van de computers, dat wil zeggen in rijtjes nullen en enen, en de regels voor het coderen en decoderen kunnen geformuleerd worden in termen van operaties die door computers kunnen worden uitgevoerd. Een code is dan een deelverzameling van alle mogelijke woorden en de code kan opgeslagen worden in een tabel of woordenboek.

Vaak hebben de letters van het alfabet een algebraïsche structuur; ze kunnen opgeteld en vermenigvuldigd worden. Zo geldt bijvoorbeeld  $1 + 1 = 0$  in het binaire geval. Voldoen de optelling en vermenigvuldiging aan zekere regels, dan spreken wiskundigen van een lichaam. De woorden van vaste lengte  $n$  vormen dan een vectorruimte van dimensie  $n$ . Een lineaire deelruimte heet dan een lineaire code en de dimensie wordt in de regel aangegeven met  $k$ . Voor de praktische toepasbaarheid moeten codes efficiënt gecodeerd kunnen worden. Voor lineaire codes is hier op eenvoudige wijze aan voldaan, het komt neer op het toepassen van een matrix op een vector.

De Hamming-afstand tussen twee woorden is het aantal plaatsen waar ze verschillen en de minimum-afstand van een code is de kleinste Hamming-afstand tussen twee verschillende woorden van de code. Als een code minimum afstand  $d$  heeft, dan is voor elk woord met hoogstens  $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$  fouten, er precies één codewoord het dichtst in de buurt. Dus is het aantal fouten dat we kunnen corrigeren gelijk aan de halve minimum-afstand. Men wil dus een code vinden met een zo groot mogelijke minimum-afstand. Bovendien wil men een code die zoveel mogelijk codewoorden bevat, dit verhoogt namelijk de snelheid van informatie-overdracht: als bijvoorbeeld de dimensie van de code de helft is van de lengte van de codewoorden, dan duurt het verzenden van gecodeerde woorden tweemaal zolang als ongecodeerd.



Het is duidelijk dat de twee bovengenoemde eisen met elkaar in strijd zijn.

Afhankelijk van de toepassing en het gebruikte kanaal zal men de eisen tegen elkaar afwegen. In het algemeen geldt de ongelijkheid van Singleton:  $k + d \leq n + 1$ . Voor zogenaamde Reed-Solomon-codes geldt gelijkheid en deze codes worden verkregen door polynomen in één variabele met coëfficiënten in een eindig lichaam en van graad hoogstens  $k - 1$  uit te rekenen in  $n$  onderling verschillende elementen van het eindige lichaam. Op deze manier krijgen we goede codes waarvan de lengte hoogstens gelijk is aan het aantal elementen van het eindige lichaam. Om codes van verschillende lengtes met elkaar te kunnen vergelijken, beschouwen we de relatieve minimum-afstand  $\delta = d/n$  en de informatiedichtheid  $R = k/n$ . Een rij codes wordt asymptotisch goed genoemd indien de lengte naar oneindig gaat en zowel de informatiedichtheid als de relatieve minimum-afstand naar limieten groter dan 0 gaan. Er zijn vele bovengrenzen in  $R$  bekend voor het bestaan van asymptotisch goede codes als functie van  $\delta$ . Als ondergrens was tot vijftien jaar geleden alleen de Gilbert-Varshamov-grens bekend. Door een telargument kon worden aangetoond dat asymptotisch goede codes met zekere parameters bestonden.

In analogie met de Reed-Solomon-codes construeerde Goppa-codes op algebraïsche krommen over een eindig lichaam. Punten van de kromme, die coördinaten hebben in het eindige lichaam, heten rationale punten. Quotiënten van polynomen heten rationale functies. Voor de codes van Goppa worden rationale functies uitgerekend in rationale punten van de kromme. De duale van deze codes krijgt men door het residu te nemen van differentiaalvormen in eerder genoemde rationale punten. Deze codes heten

nu meetkundige Goppa-codes of ook wel algebraïsch-meetkundige codes. Algebraïsch-meetkunde is een eeuwenoude discipline in de wiskunde, met een lange traditie en diepe resultaten. Ze bestudeert oplossingen van stelsels vergelijkingen van polynomen in meer dan één variabele. Riemann beschouwde de verzameling nulpunten van een polynoom in twee variabelen over de complexe getallen, op deze manier ontstaat een oppervlak dat uit het boloppervlak is te verkrijgen door een aantal handvatten eraan te plakken. Het aantal handvatten heet het geslacht en duiden we aan met  $g$ . Dit object heet een Riemannoppervlak omdat het twee reële vrijheidsgraden heeft, maar ook een algebraïsche kromme omdat het één vrijheidsgraad over de complexe getallen heeft. De theorie van de Riemannse oppervlakken is op alle mogelijke manieren gegeneraliseerd, zo ook tot algebraïsche krommen over eindige lichamen. De constructie van Goppa geeft codes van lengte  $n$ , dimensie  $k$  en minimum-afstand minstens  $n + 1 - k - g$ . Dit laatste getal noemen we de ontwerp minimum-afstand en duiden we aan met  $d^*$ . Tsfasman, Vlăduț en Zink, maar ook Ihara, lieten zien dat het aantal rationale punten van modulaire krommen over een eindig lichaam groot is in verhouding tot het geslacht. Zodoende werd aangetoond dat er codes bestaan die de Gilbert-Varshamov-grens verslaan.

Tenslotte moet een code een efficiënt decodeeralgoritme hebben om bruikbaar te zijn. Voor Reed-Solomon en cyclische codes is al zo'n dertig jaar een decodeeralgoritme bekend. Cyclische codes hebben de eigenschap dat het cyclisch doorschuiven van de letters van een codewoord weer een codewoord is. In dit algoritme wordt van elk ontvangen woord een syndroom berekend. Dit syndroom is een polynoom dat aan een zogenaamde sleutelvergelijking voldoet. Die

vergelijking wordt bijvoorbeeld met het Euclidisch delingsalgoritme opgelost. In 1987 kon het Deense team onderzoekers bestaande uit Justesen, Larsen, Elbrønd Jensen, Havemose en Høholdt en onafhankelijk van hen Porter, het decodeeralgoritme voor cyclische en Reed-Solomon-codes generaliseren tot codes op vlakke krommen. Direct daarna generaliseerden Skorobogatov en Vlăduț, en onafhankelijk van hen Krachkovskii, dit algoritme tot alle krommen. Het algoritme decodeert  $\lfloor (d^* - 1 - g)/2 \rfloor$  fouten.

### **Voorgeschiedenis en probleemstelling van het project**

Het werk over algebraïsch-meetkundige codes veronderstelde bij de meeste ingenieurs en coderingstheoretici kennis van een stuk wiskunde dat niet aanwezig was. Door de twee voorafgaande projecten bij NWO (subsidie via SMC) over dit onderwerp is zodoende een achterstand ingehaald. In de vorige projecten is gewerkt aan codes op Hermite krommen is aangetoond dat alle lineaire codes verkregen kunnen worden met behulp van krommen en is het werk van Porter uiteindelijk gepubliceerd met medewerkers van die projecten. Het decodeeralgoritme voor codes op krommen is vertaald in termen van lineaire algebra met het begrip foutenverbeterend paar. Verder is aangetoond dat men  $\lfloor (d^* - 1)/2 \rfloor$  fouten kan decoderen door een geschikte keuze van een aantal divisoren; het effectief vinden van deze divisoren was echter nog een probleem.

De doelstelling van het huidige project was in de eerste plaats het vinden van een efficiënt en effectief decodeeralgoritme dat tot de halve ontwerp minimum-afstand decodeert. Zoals hierboven al is opgemerkt, was de stand van zaken aan het begin van het project zodanig dat het neerkwam op een probleem over divisoren op krommen modulo hoofddivisoren, dat wil zeggen een probleem over de Jacobiaan, ook wel de klassegroep genoemd. Ook om andere redenen

was de bestudering van de Jacobiaan op krommen fundamenteel en interessant. Vragen over de werkelijke minimum-afstand en de gewichtsverdeling zouden zo beantwoord kunnen worden.

### **Het werk in 1993**

Het decodeeralgoritme van de Denen en ook van Porter bleek in de praktijk meer fouten te decoderen dan theoretisch was afgeleid. Het begrip Cifford-defect van een kromme bleek dit verschijnsel goed te kunnen verklaren.

Twee jaar geleden kwam de verrassende en elegante oplossing van Feng en Rao van het decodeerprobleem, waar ook Duursma een belangrijke bijdrage aan heeft geleverd. In dit algoritme wordt een dalende keten van codes beschouwd en syndromen met betrekking tot een steeds kleinere code berekend door een meerderheid van stemmen. Bij deze oplossing werd geen gebruik gemaakt van de Jacobiaan. Wel gaf het aanleiding tot het begrip foutenverbeterend array en een verbeterde grens voor codes op krommen.

Het werk aan de Jacobiaan leidde wel tot de gemiddelde gewichtsverdeling van codes op krommen in termen van de zetafunctie en de bepaling van alle mogelijke gewichtsverdelingen van codes op een gegeven kromme. Daarnaast zijn eigenschappen van de Jacobiaan gebruikt voor de berekening van de zetafunctie van zekere krommen en is dit toegepast op een probleem in de getaltheorie: Aurefeuilliaanse factorisaties. De relatie is gegeven tussen de zetafuncties van krommen in een Galois-overdekking.

Foutenverbeterende paren zijn met succes toegepast op cyclische codes. Een nodige en voldoende voorwaarde voor het bestaan van een 2-foutenverbeterend paar is gegeven voor alle codes van lengte  $n$ , dimensie  $n - 4$  en minimum-afstand 5. De Roos-grens voor cyclische codes is generaliseerd tot alle lineaire codes. Zelfduale codes op een kromme zijn volledig gekarakteriseerd.

# Lie-groepen: vectorwaardige Poisson-transformaties op Riemannse symmetrische ruimten van rang één

Werkgemeenschap	:	Analyse
Project	:	Lie-groepen: Vectorwaardige Poisson-transformaties op symmetrische ruimten
Projectleider(s)	:	dr. E.P. van den Ban, prof. dr. J.J. Duistermaat
Projectmedewerker(s)	:	dr. H. van der Ven
Instelling	:	Universiteit Utrecht

## Inleiding

Al eeuwenlang worden door wiskundigen zogenaamde Dirichlet-problemen opgelost. Gegeven een bepaald gebied  $\Omega$  met rand  $\partial\Omega$  in een eventueel meer-dimensionale ruimte, een elliptische differentiaaloperator  $\Delta$  op dat gebied en een functie  $f$  op de rand  $\partial\Omega$ , los op voor de onbekende functie  $u$ :

$$\Delta u = 0, \quad u = f \text{ op } \partial\Omega.$$

In verreweg de meeste gevallen is het gebied of de operator zo ingewikkeld dat men gedwongen is zijn toevlucht te nemen tot de numerieke wiskunde om de oplossing  $u$  te benaderen. In uitzonderlijke gevallen is men in staat de oplossing op een elegante manier uit  $f$  af te leiden.

Eén van deze laatste gevallen is in dit project onderzocht. De ruimte  $\Omega$  is een zogenaamde Riemannse symmetrische ruimte van rang één. Grofweg is dit het produkt van een compacte deelruimte met een deellijn, voorzien van een afstandsbeleging. De rand van het gebied ligt op oneindig. De elliptische differentiaaloperator is een operator die uit de structuur van de ruimte gedefinieerd kan worden, de Laplacian. Het bijzondere van dit onderzoek is dat voor het eerst een algemeen antwoord wordt gevonden voor het geval van vectorwaardige functies op de ruimte. De differentiaaloperator is dan ook matrixwaardig.

## Geschiedenis

Een elegante oplossing van het Dirichlet-probleem op de cirkelschijf met de Laplacian als differentiaaloperator werd al in 1820 door S.D. Poisson gegeven in termen van een integraaltrans-

formatie die later naar hem is vernoemd. Als  $f$  de randwaarde – de voorgeschreven functie op de cirkelrand  $C$  – is, wordt de oplossing  $u$  van het Dirichlet-probleem gegeven door:

$$u(x) = \int_C \frac{1 - |x|^2}{|x - z|^2} f(z) dz,$$

voor  $x$  in de cirkelschijf. Het fraaie van deze beschrijving is dat ook niet-continue randwaarden toegestaan zijn, die toch aanleiding geven tot gladde oplossingen op het binnenste van de cirkelschijf (zie Figuur 1, waar de randwaarde op een gedeelte van de cirkelrand waarde één heeft en voor de rest nul is).

Veel later – in de zeventiger jaren van deze eeuw – heeft deze Poisson-transformatie zijn plaats gevonden in de harmonische analyse op Lie-groepen, zoals beschreven door S. Helgason. Deze harmonische analyse is een uitbreiding van de bekende Fourier-theorie op Euclidische ruimten. Wat de  $e$ -macht is voor  $\mathbb{R}^n$ , zijn bepaalde eigenfuncties van invariante differentiaaloperatoren voor Lie-groepen. De Fourier-theorie van niet-compacte Lie-groepen is grotendeels het werk van Harish-Chandra in de zestig, zeventiger jaren. Zijn grondige en uitgebreide artikelen zijn nog altijd de standaard van het vakgebied. De beschrijving van alle eigenfuncties (niet alleen diegene die nodig zijn voor Fourier-theorie) is het werk van S. Helgason en M. Kashiwara et al. in de zeventiger jaren. Zoals bij de Poisson-transformatie op de cirkelschijf is elke eigenfunctie te schrijven als een integraal over de rand van een functie op de rand tegen een integraalkern. De Poisson-transformatie op de cirkelschijf is een speciaal voorbeeld en daarom zijn deze integraal-



transformaties Poisson-transformaties genoemd. De gecompliceerde aanpak van M. Kashiwara et al. is later door N.R. Wallach, E.P. van den Ban en H. Schlichtkrull vervangen door een aanpak vanuit de meer inzichtelijke theorie van asymptotische expansies.

De hierboven genoemde theorie geldt alleen voor scalaire functies. Voor vectorwaardige functies, bijvoorbeeld de differentiaalvormen nodig in de Maxwell-theorie van de elektrodynamica, waren tot op heden alleen zeer specifiek en niet volledig uitgewerkte voorbeelden van Poisson-transformaties bekend. In dit onderzoek zijn de eerste stappen gezet in de richting van een algemene theorie van vectorwaardige Poisson-transformaties. Het probleem bleek zo gecompliceerd dat de aandacht beperkt moest worden tot bepaalde symmetrische ruimten en een bepaalde invariante differentiaaloperator. Deze laatste beperking houdt bijvoorbeeld in dat in het geval van differentiaalvormen alleen de Hodge–Laplaciaan wordt beschouwd en niet uitwendige differentiatie.

### Vectorwaardige Poisson-transformaties

Voor een preciezer beschrijving van het probleem is een meer gedetailleerde beschrijving van Riemannse symmetrische ruimten van rang één noodzakelijk. Zij  $K$  een compacte Lie-groep<sup>1</sup> en  $A^+$  een halflijn, met een vermenigvuldiging tussen de elementen uit  $K$  en  $A^+$ . Het produkt  $KA^+K$  bestaande uit elementen  $k_1ak_2$ ,  $k_i \in K$ ,  $a \in A^+$ , is een niet-compacte Lie-groep  $G$ . De ruimte  $G/K$  is een symmetrische ruimte van rang één en dus topologisch equivalent aan het produkt  $K \times A^+$ . Een voorbeeld van zo'n ruimte is de Poincaré-schijf, Poincaré's beschrijving van de twee-dimensionale reële hyperbolische ruimte, die geschreven kan worden als het quotiënt  $SU(1, 1)/K$  met  $K = \{\text{diag}(e^{i\phi}, e^{-i\phi}) | 0 \leq \phi \leq 2\pi\}$ . De halflijn  $A^+$  bestaat in dit voorbeeld uit elementen van de vorm

$$\begin{pmatrix} \cosh t & \sinh t \\ \sinh t & \cosh t \end{pmatrix}$$

met  $t \in \mathbb{R}^+$ .

Zij  $(\sigma, W)$  een  $K$ -representatie, dat wil zeggen een afbeelding  $\sigma$  van  $K$  naar de ruimte van inverteerbare lineaire afbeeldingen op de line-

aire ruimte  $W$  die de vermenigvuldiging respecteert. Definieer de equivalentierelatie  $\sim$  op  $G \times W$  door  $(gk^{-1}, \sigma(k)w) \sim (g, w)$ . Dan is  $G \times_K W = G \times W / \sim$  de zogenaamde geassocieerde vectorbundel over  $G/K$ .

De Lie-algebra<sup>2</sup> van  $G$  induceert een inproduct op  $G/K$ , zodat  $G/K$  een Riemannse variëteit is. Met deze Riemannse structuur komt een speciale tweede orde, elliptische differentiaaloperator op de ruimte van secties van de vectorbundel  $G \times_K W$ , de Hodge–Laplaciaan. Vertaald naar de groepsstructuur van  $G$  is dit de Casimir-operator.

We kunnen nu het probleem beschrijven dat het onderwerp is van dit onderzoek. Zij  $G/K$  een Riemannse symmetrische ruimte van rang één,  $(\sigma, W)$  een  $K$ -representatie,  $\Gamma^\infty(G \times_K W)$  de ruimte van gladde secties van de geassocieerde vectorbundel  $G \times_K W$  en  $\Delta$  de bijbehorende Hodge–Laplaciaan. Het probleem is het beschrijven van de eigenruimten

$$\Gamma_\mu(G \times_K W) = \{f \in \Gamma^\infty(G \times_K W) | \Delta f = \mu f\}$$

voor willekeurige  $\mu \in \mathbb{C}$ . De hoop is dat deze beschrijving kan in termen van integraaloperatoren werkend op secties van geschikte vectorbundels over de rand van  $G/K$ ; aldus de theorie van Poisson en Helgason generaliserend.

Voor een algemene eigenwaarde  $\mu$  – in een dichte deelverzameling van  $\mathbb{C}$  – blijkt het probleem relatief eenvoudig te zijn. De rand van  $G/K$  is te beschrijven als  $K/M$  waarbij  $M$  een ondergroep van  $K$  is. De representatie  $\sigma$  kan tot  $M$  beperkt worden en we kunnen analoog aan de geassocieerde vectorbundel over  $G/K$  de geassocieerde vectorbundel  $K \times_M W$  over de rand  $K/M$  definiëren. Zij  $\Gamma(K \times_M W)$  de ruimte van continue secties van deze vectorbundel. Er is een integraaloperator  $\mathcal{P}_\mu$  van  $\Gamma(K \times_M W)$  naar  $\Gamma_\mu(G \times_K W)$  te construeren. De integraalkern is een analytische functie van  $\mu$ . De afbeelding  $\mathcal{P}_\mu$  blijkt voor algemene  $\mu$  een bijectieve afbeelding te zijn. In de volgende paragraaf wordt zijn inverse beschreven.

Eigenfuncties van de Laplaciaan hebben asymptotische ontwikkelingen naar oneindig, waarbij voor symmetrische ruimten naar oneindig gaan betekent de halflijn  $A^+$  aflopen<sup>3</sup>. In deze asymptotische ontwikkeling zijn leidende coëfficiënten aan te wijzen die de eigenfunctie

<sup>1</sup>Een Lie-groep is een variëteit met een groepsstructuur.

<sup>2</sup>De raakruimte aan het eenheidselement, die voorzien is van een algebrastructuur.

<sup>3</sup>Voor het bestaan van de asymptotische expansies is een technische eis op het groeigedrag van de eigenfuncties noodzakelijk, maar die eis wordt hier verder genegeerd.

volledig bepalen (als in de theorie van differentiaalvergelijkingen met reguliere singulariteiten). Door deze coëfficiënten aan de eigenfunctie toe te voegen definieert men de zogenaamde randwaarde-operator. Deze generaliseert de eenvoudige operator 'beperken tot de rand' in het Dirichlet-probleem op de cirkel. Voor een vast gekozen eigenwaarde  $\mu_0$  is de randwaarde-operator  $\beta_{\mu, \mu_0}$  een afbeelding van  $\Gamma_\mu(G \times_K W)$  naar  $\Gamma(K \times_M W)$ . De parameter  $\mu_0$  bepaalt welke coëfficiënten in de asymptotische expansie gekozen worden. Deze theorie is vrijwel analoog aan eerder werk van E.P. van den Ban en H. Schlichtkrull.

Voor algemene  $\mu_0$  is  $\beta_{\mu_0, \mu_0}$  in principe de inverse operator van  $\mathcal{P}_{\mu_0}$ . Hiermee is de eigenruimte  $\Gamma_{\mu_0}(G \times_K W)$  voor algemene  $\mu_0$  beschreven in termen van een integraaltransformatie van secties op de rand.

Voor bijzondere  $\mu_0$  blijkt  $\mathcal{P}_{\mu_0}$  zijn bijektiviteit te verliezen. Bewezen kan worden dat de van  $\mu$  afhankelijke operator

$$(\beta_{\mu, \mu_0} \circ \mathcal{P}_\mu)^{-1}$$

goedgedefinieerd is voor  $\mu \neq \mu_0$  in een open omgeving van  $\mu_0$ , maar een pool ontwikkelt voor  $\mu = \mu_0$ . Met een gecompliceerd bewijs is aan

te tonen dat deze pool wegvalt tegen de 'nulpunten' van  $\mathcal{P}_\mu$ . Preciezer geformuleerd, de van  $\mu$  afhankelijke operator

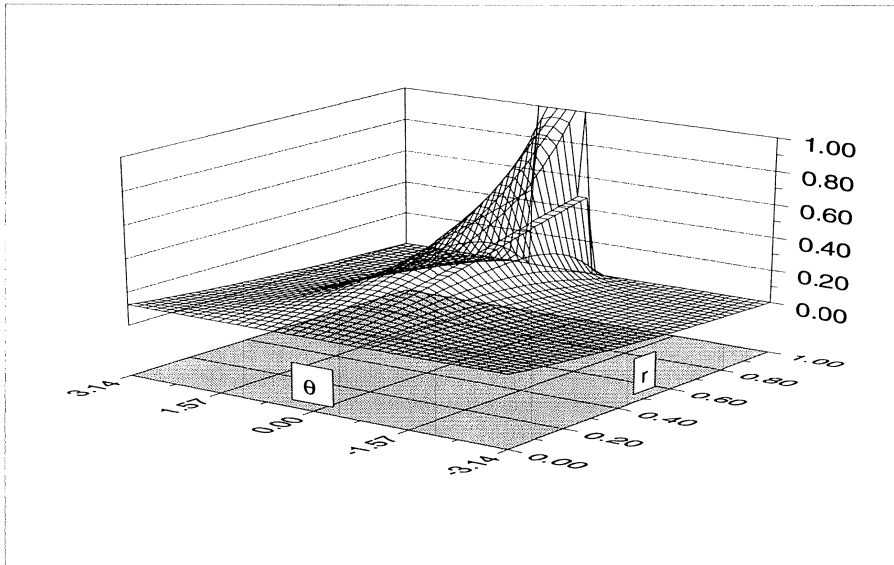
$$\mathcal{P}_\mu \circ (\beta_{\mu, \mu_0} \circ \mathcal{P}_\mu)^{-1} : \Gamma(K \times_M W) \rightarrow \Gamma_\mu(G \times_K W)$$

is ook gedefinieerd voor  $\mu = \mu_0$ . Sterker nog, de operator voor  $\mu = \mu_0$  blijkt het probleem voor  $\mu$  op te lossen: de operator is een bijjectie. Een elegante oplossing voor het probleem is gevonden.

Terzijde zij nog opgemerkt dat de operator  $\beta_{\mu, \mu_0} \circ \mathcal{P}_\mu$  een matrixwaardige differentiaaloperator is en gecompliceerder dan de bekende c-functies van Harish-Chandra. Bovendien blijkt de operator

$$\left[ \mathcal{P}_\mu \circ (\beta_{\mu, \mu_0} \circ \mathcal{P}_\mu)^{-1} \right]_{\mu=\mu_0}$$

net als de klassieke Poisson-transformatie uitbreidbaar naar distributies op de rand. Als aardigheidje is nog een speciaal voorbeeld van differentiaalvormen op de reële hyperbolische ruimte volledig uitgewerkt. Daaruit bleek dat met behulp van bovenstaande Poisson-transformatie eigenruimten van meer operatoren dan de Hodge-Laplaciaan beschreven konden worden in termen van bepaalde deelruimten van  $\Gamma(K \times_M W)$ .



**Figuur 1.** Grafiek van  $f(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta}^{\pi/4-\theta} \frac{1-r^2}{(r-\cos \phi)^2 + \sin^2 \phi} d\phi$  ( $0 \leq r \leq 1$ ;  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ )

# Diophantische analyse van matrices

Werkgemeenschap	: Algebra en Meetkunde
Project	: Diophantische approximaties van matrices
Projectleider(s)	: prof. dr. R. Tijdeman
Projectmedewerker(s)	: dr. G.N. ten Have
Instelling	: Rijksuniversiteit Leiden

## Inleiding

Het doel van het onderzoek was een studie van diophantische eigenschappen van matrices zoals in de klassieke theorie diophantische eigenschappen van getallen worden onderzocht. Dit is in twee richtingen uitgewerkt. Enerzijds is van enkele eenvoudige klassen van matrixvergelijkingen bepaald welke matrices met gehele coëfficiënten aan de vergelijking voldoen. De resultaten werden verkregen door eerst de oplossingsverzameling over de reële getallen te bepalen en daarna na te gaan welke van deze oplossingen gehele coëfficiënten hebben. Anderzijds zijn resultaten afgeleid over de (simultane) benaderbaarheid van reële matrices. Bij de bewijzen van deze stellingen werd gebruik gemaakt van klassieke approximatiestellingen van Dirichlet en Kronecker en van recente resultaten van Lenstra, Lenstra en Lovász over het reduceren van bases van roosters en van Babai en van Kannan en Lovász over het vinden van een roosterpunt dat dicht bij een gegeven punt ligt.

## Perspectief

We beschouwen blokken van  $m$  bij  $m$  getallen, zogenaamde  $m \times m$ -matrices. Hierbij is  $m$  een willekeurig natuurlijk getal. Matrices met gehele coëfficiënten (we zeggen voortaan gehele matrices) kunnen net als gehele getallen bij elkaar worden opgeteld, van elkaar worden afgetrokken en met elkaar worden vermenigvuldigd. De volgorde is bij vermenigvuldiging van matrices wel van belang. Zoals er bij getallen niet door nul gedeeld kan worden, kan bij matrices niet gedeeld worden door matrices waarvan de determinant nul is. (De determinant van een matrix is een getal dat op het teken na gelijk is aan het door de kolommen van de matrix opgespannen volume.) Een matrix met een determinant die niet gelijk aan nul is, heet niet-singulier. Zoals men bij deling van gehele getallen breuken kan krijgen, zo

kan bij deling van gehele matrices een matrix met breuken als coëfficiënten de uitkomst zijn.

Vergelijkingen in gehele getallen zijn vernoemd naar de Griek Diophantus die rond 250 n.Chr. leefde en worden diophantische vergelijkingen genoemd. Enkele bekende voorbeelden van zulke vergelijkingen zijn de Pythagoras-vergelijking

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad \text{in gehele getallen } x, y, z,$$

die oneindig veel essentieel verschillende oplossingen heeft, zoals  $(x, y, z) = (3, 4, 5)$ ,  $(5, 12, 13)$ ,  $(7, 24, 25)$ ,  $(8, 15, 17)$ , de Pell-vergelijking

$$x^2 - 2y^2 = 1 \quad \text{in gehele getallen } x, y,$$

die ook oneindig veel oplossingen heeft, zoals  $(3, 2)$ ,  $(17, 12)$  en  $(99, 70)$ , de Fermat-vergelijking

$$x^n + y^n = z^n \quad \text{in gehele getallen } x, y, z \text{ en } n \geq 3,$$

waarvan wordt vermoed, en hopelijk binnenkort bewezen is, dat er geen oplossingen zijn, en de Ramanujan-Nagell-vergelijking

$$x^2 + 7 = 2^n \quad \text{in gehele getallen } x \text{ en } n$$

waarvan bewezen is dat alle oplossingen gegeven worden door  $n = 3, 4, 5, 7$  en  $15$ . Sommige bewijsmethoden zijn zuiver algebraïsch, andere ook meetkundig en andere meer analytisch. In het laatste geval spelen ongelijkheden en benaderingen vaak een rol. Zo levert een oplossing van de Pell-vergelijking een goede rationale benadering  $x/y$  van  $\sqrt{2}$  en heeft de Ramanujan-Nagell-vergelijking te maken met breuken met een macht van 2 als noemer die zeer dicht bij  $\sqrt{2}$  liggen. Vergelijk  $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$  met  $99/70 = 1,41428571\dots$  en  $181/2^7 = 1,4140625$

behorend bij de oplossing  $181^2 + 7 = 2^{15}$ . Kennis van goede rationale benaderingen maakt het mogelijk alle oplossingen van vergelijkingen te bepalen. Deftig gezegd: diophantische approximatiemethoden worden toegepast om diophantische vergelijkingen op te lossen.

Een zeer eenvoudige vergelijking is de polynoomvergelijking

$$(*) \quad a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

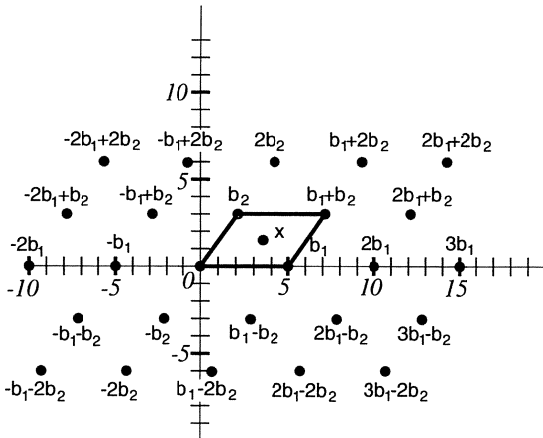
waarbij de gehele getallen

$n > 0, a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  gegeven zijn en  $x$  de enige onbekende is. Het oplossen ervan heeft geleid tot de studie van complexe getallen en van de algebra. Een getal heet algebraïsch als het een oplossing is van een vergelijking (\*) met  $a_n \neq 0$ . De eis dat  $x$  geheel moet zijn maakt de vergelijking echter oninteressant: het is duidelijk dat  $x$  een deler van  $a_0$  moet zijn en het is dus voldoende om van alle delers van  $a_0$  na te gaan of ze aan (\*) voldoen. Bij de overeenkomstige matrixvergelijking ligt de situatie heel anders. Stel  $A_n, A_{n-1}, \dots, A_0$  zijn gegeven  $m \times m$ -matrices en gevraagd wordt de gehele matrices  $X$  te bepalen zó dat

$$A_n X^n + A_{n-1} X^{n-1} + \dots + A_0 = 0.$$

Hiervoor is geen methode beschikbaar. De kennis over diophantische vergelijkingen van matrices beperkt zich vrijwel geheel tot het presenteren van klassen van oplossingen, zonder aan te tonen dat alle oplossingen gevonden zijn.

Reeds lang bekende diophantische approximaties zijn  $\pi \approx 22/7$  en  $\pi \approx 355/113$ . Dirichlet bewees in 1842 een resultaat over het bestaan van (simultane) homogene benaderingen. Liouville bewees in 1844 dat dit resultaat voor algebraïsche getallen niet essentieel verbeterd kan worden en



Figuur 1

toonde daarmee het bestaan van transcendente (= niet-algebraïsche) getallen aan. De transcendentie van  $\pi$ , en daarmee de onmogelijkheid van de kwadratuur van de cirkel, werd in 1882 door Lindemann bewezen. Kronecker bewees in 1884 een resultaat over (simultane) inhomogene benaderingen. Rond de eeuwwisseling breidde Minkowski de resultaten van Dirichlet en Kronecker uit tot de 'meetkunde der getallen'. Hierbij spelen de begrippen 'rooster' en 'basis' een belangrijke rol. De ontwikkelde technieken waren ineffectief: zij leidden niet tot praktische algoritmen. Deze kwamen beschikbaar door het basisreductie-algoritme van Lenstra, Lenstra en Lovász uit 1982. Zij pasten het toe op het homogene geval. Babai en Kannan en Lovász generaliseerden het tot het inhomogene geval. Anderzijds werden in deze eeuw de resultaten van Liouville en Lindemann uitgebouwd tot een diepe, fundamentele theorie door onder andere Thue, Siegel, Roth, W.M. Schmidt en A. Baker. Met behulp van deze theorie zijn vele resultaten over diophantische vergelijkingen afgeleid, onder andere in Leiden.

### Een illustratie van roosterproblemen

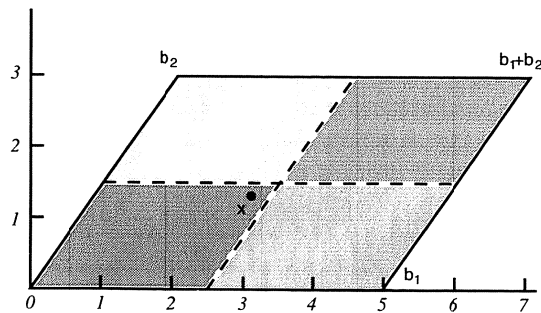
Stel  $b_1, b_2, \dots, b_m$  zijn de kolommen van een niet-singuliere  $m \times m$ -matrix. Dan vormen ze een basis van het rooster

$$L = \{k_1 b_1 + k_2 b_2 + \dots +$$

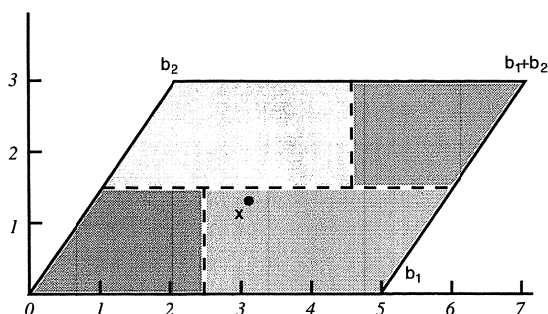
$$k_m b_m \mid k_1, k_2, \dots, k_m \in \mathbb{Z}\}.$$

Zij  $x \in \mathbb{R}^m$ . Welk punt  $l$  van  $L$  ligt het dichtst bij  $x$ ? In Figuur 1 is de situatie weergegeven voor

$$n = 2, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$



Figuur 2



Figuur 3

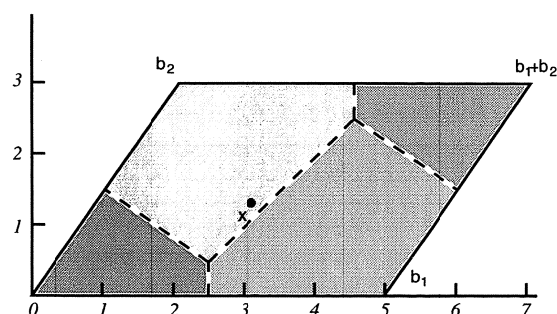
We kunnen  $x$  schrijven als  $t_1 b_1 + t_2 b_2 + \dots + t_n b_n$  met  $t_1, \dots, t_n$  reëel. De meest gebruikte algoritme is om  $t_1, t_2, \dots, t_n$  af te ronden naar het dichtstbijzijnde gehele getal. In ons voorbeeld is  $x = \frac{19}{45} b_1 + \frac{4}{9} b_2$  en  $l = 0$  met afstand  $\frac{1}{3}\sqrt{97} \cong 3,28$  (zie Figuur 2).

Babai stelt voor  $x$  eerst loodrecht te projecteren op het dichtstbijzijnde  $(n-1)$ -vlak door een punt van  $L$  evenwijdig aan het  $(n-1)$ -vlak door  $b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ , vervolgens dit punt te projecteren op het dichtstbijzijnde  $(n-2)$ -vlak door een punt van  $L$  evenwijdig aan het  $(n-2)$ -vlak door  $b_1, b_2, \dots, b_{n-2}$ , enz. Voor ons voorbeeld levert dit de toewijzing volgens Figuur 3. Nu vinden we  $l = b_1$  met afstand  $\frac{2}{3}\sqrt{13} \cong 2,40$ .

In Figuur 4 is de grillige optimale toewijzing aangegeven. Het roosterpunt  $x$  ligt het dichtst bij  $b_2$  met afstand  $\frac{1}{3}\sqrt{34} \cong 1,94$ . Het is duidelijk dat Babai's algoritme betere benaderingen geeft dan de afrondingsalgoritme, maar nog niet optimaal is.

### Nieuwe resultaten over diophantische vergelijkingen van matrices

Voortbouwend op werk van Latimer en MacDuffee en van Dafni en Vaserstein heeft Ten Have eerst de matrixvergelijking  $X^n = A$  behandeld, waarbij  $n$  een gegeven geheel getal is met  $n \geq 2$ ,  $A$  een gegeven niet-singuliere gehele matrix en  $X$  de gezochte gehele  $2 \times 2$ -matrix. Voor sommige  $n$  en  $A$  zijn er maar eindig veel oplossingen  $X$  en voor die gevallen worden alle oplossingen gegeven. Dit is met name het geval als  $A$  niet van de vorm  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$  is met  $a \in \mathbb{Z}$ . Er zijn ook gevallen met oneindig veel oplossingen. Bijvoorbeeld geldt voor  $X = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  dat  $X^2 = I$  voor elke  $x \in \mathbb{Z}$ . Twee matrices  $X$  en  $Y$  heten gelijkvormig over een verzameling  $F$  als er



Figuur 4

een niet-singuliere matrix  $C$  met coëfficiënten in  $F$  bestaat zó dat  $Y = C^{-1}XC$ . Merk op dat als  $X^2 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$  en  $Y$  is gelijkvormig met  $X$ , dan  $Y^2 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ . Zo worden de oplossingen verdeeld in  $F$ -equivalentieclassen. Ten Have bewees dat er maar eindig veel  $\mathbb{Z}$ -equivalentieclassen van oplossingen zijn en gaf een methode aan om uit elk van deze classen één oplossing daadwerkelijk te bepalen. Zie [1] of [3, Hoofdstuk 2].

Vervolgens bestudeerde ze het corresponderende probleem voor algemene  $m \times m$ -matrices. De voorbereidingen verliepen bevredigend. Ze gaf een meer constructieve manier om oplossingen  $X$  van  $X^n = A$  te vinden in een willekeurig deellichaam  $K$  van de complexe getallen dan Otero dat vóór haar gedaan had. Ze beantwoordde daarbij een vraag van Otero over het aantal  $\mathbb{R}$ -equivalentieclassen van  $n$ -de machts wortels uit een reële matrix. Ook toonde ze aan: als  $X_0^n = A$  voor een matrix  $X_0$  met coëfficiënten in  $K$  en de  $\mathbb{C}$ -equivalentieklasse van  $X_0$  bevat oneindig veel elementen, dan bevat de  $K$ -equivalentieklasse van  $X_0$  oneindig veel elementen. De karakterisatie van  $\mathbb{Z}$ -equivalentieclassen van oplossingen bleek echter te gecompliceerd. De verkregen resultaten zijn gepubliceerd in [2] en in Hoofdstuk 3 van [3].

### Nieuwe resultaten over diophantische approximaties van matrices

Het tweede deel van het onderzoek betreft de vraag hoe goed een reële matrix  $A$  benaderd kan worden door een 'rationale benadering'  $Q^{-1}P$  waarbij  $P$  en  $Q$  gehele matrices zijn met  $Q$  niet-singulier. Preciezer gezegd, er worden afschattingen gegeven voor de maximale absolute waarde  $|QA - P|$  van de coëfficiënten van  $QA - P$  in

termen van de grootste absolute waarde  $|Q|$  van de coëfficiënten van  $Q$ . Meer algemeen worden de homogene en inhomogene simultane benaderingsproblemen behandeld. Ten Have toonde aan dat voor gegeven reële  $m \times m$ -matrices  $A_1, \dots, A_n$  er oneindig veel stellen gehele matrices  $P_1, \dots, P_n, Q$  met  $Q$  niet-singulier bestaan zó dat

$$|QA_i - P_i| < |Q|^{-1/nm} \quad \text{voor } i = 1, \dots, n.$$

Bovendien bewees ze dat de exponent  $-1/nm$  niet verbeterd kan worden. Als  $Q$  singulier mag zijn, is de beste exponent  $-1/n$ . Ten Have presenteerde tevens een resultaat voor niet-singuliere matrices  $Q$  waarbij de exponent  $-1/n$  gemiddeld (in de zin van meetkundig gemiddelde) bereikt wordt. Ze verkreeg ook een Kronecker-type stelling voor het inhomogene simultane geval. Tenslotte gebruikte ze de resultaten van Lenstra, Lenstra en Lovász, van Babai en van Kannan en Lovász om oplossingsalgoritmen te presenteren die de gezochte oplossingen in 'polynomiale tijd' vinden. Dit alles is beschreven in Hoofdstuk 5 van [3].

Natuurlijk komt de vraag op hoe goed de gevonden benaderingen zijn. Kan het niet veel beter? In Hoofdstuk 4 van haar proefschrift heeft Ten Have dit probleem verder uitgewerkt. Gebruik makend van de door Schmidt ontwikkelde

theorie van Roth-systemen heeft ze voor niet-singuliere reële algebraïsche  $2 \times 2$ -matrices  $A$  ondergrenzen aangegeven voor  $|QA - P|$  in termen van  $Q$  voor willekeurige gehele  $2 \times 2$  matrices  $P$  en  $Q$  met  $Q$  niet-singulier.

Een gevolg van haar resultaat, dat te ingewikkeld is om hier te vermelden, is dat bij elke reële algebraïsche  $2 \times 2$ -matrix  $A$ , waarvan niet alle coëfficiënten rationaal zijn en die voldoet aan  $A^2 = I$ , en elke  $\delta > 0$ , er een getal  $c > 0$  bestaat zó dat

$$|QA - P| > c|Q|^{-1-\delta}$$

voor alle gehele  $2 \times 2$ -matrices  $P$  en  $Q$  met  $Q$  niet-singulier. De eerder verkregen kennis over de matrixvergelijking  $X^2 = I$  werd hier toegepast.

## Referenties

1. G.N. TEN HAVE (1991). Matrix solutions of the equation  $X^n = A$ . *Indagationes Math. N.S.* 2, 57-64.
2. G.N. TEN HAVE (1993). Structure of the  $n$ -th roots of a matrix. *Linear Algebra and its Applications* 187, 59-66.
3. G.N. TEN HAVE (1993). *Diophantine Analysis of Matrices*, Proefschrift, Rijksuniversiteit Leiden.

# Interpreteerbaarheid en begrensde rekenkunde

Werkgemeenschap	: Logica en Grondslagen van de Wiskunde
Project	: Interpreteerbaarheid van begrensde rekenkunde
Projectleider(s)	: dr. D.H.J. de Jongh, prof. dr. J.F.A.K. van Benthem, dr. A. Visser
Projectmedewerker(s)	: dr. R. Verbrugge, drs. M.A. Kalsbeek
Instelling	: Universiteit van Amsterdam

## Inleiding

In het hier beschreven onderzoek (1989–1993) ontmoeten twee belangrijke gebieden elkaar. Het eerste is onderzoek naar *bewijsbaarheid* en *interpreteerbaarheid* in theorieën. Het gaat hierbij niet alleen om absolute uitspraken over die bewijsbaarheid en interpreteerbaarheid, maar ook om wat in theorie T ‘over de bewijsbaarheid en interpreteerbaarheid in theorie U kan worden gezegd’. In het meest gebruikelijke geval zijn T en U identiek. De betreffende theorieën dienen wel voldoende rijk te zijn om bewijsmechanismen en andere syntactische verschijnselen te beschrijven. Dit verschijnsel dat de gebruikelijke theorieën over hun eigen bewijspredikaat kunnen praten is door Gödel in 1931 ontdekt. Het tweede gebied is *complexiteitstheorie*: de studie van rekenprocessen onder beperkingen aan tijd en ruimte.

Bewijsbaarheid is een klassieke metamathematische notie. Wij houden ons bezig met *bewijsbaarheidslogica*. Theorieën zijn in staat te bewijzen dat het propositielogische deel van het redeneren in de theorie volledig beschreven wordt door de gebruikelijke propositielogische axioma’s. (Dit geldt overigens ook voor de predikatenlogica, maar dat staat buiten dit onderzoek.) In de bewijsbaarheidslogica worden deze inzichten uitgebreid door ook het redeneren in beschouwing te nemen met het bewijsbaarheidspredikaat. Al bij Gödel’s bewijs van zijn *Tweede Onvolledigheidsstelling* (als een theorie haar eigen *consistentie* bewijst is zij inconsistent) vinden we bijvoorbeeld het principe

bewijsbaar(A) impliceert  
bewijsbaar(bewijsbaar(A)).

Ook Gödel’s stelling zelf is zo bekeken een logisch principe! Consistentie kan namelijk worden uitgedrukt als ‘de contradictie is niet bewijsbaar’ en de tweede onvolledigheidsstelling wordt dan

bewijsbaar(consistentie) impliceert bewijsbaar(contradictie).

In 1955 bewees Löb een stelling die kan worden gezien als een versterking van Gödel’s tweede onvolledigheidsstelling:

bewijsbaar[bewijsbaar(A) → A]  
impliceert bewijsbaar(A).

In 1976 bewees Solovay dat het propositielogisch redeneren met het bewijsbaarheidspredikaat, zoals het systeem ‘denkt’ dat het is, geaxiomatiseerd wordt door de stelling van Löb en, zoals het werkelijk is, door Löb’s stelling plus het principe ‘bewijsbaar(A) impliceert A’. Dit laatste principe is vanzelfsprekend waar, maar, zoals Löb’s stelling laat zien, slechts in triviale gevallen te bewijzen.

*Interpretaties* zijn een alledaags werktuig van de wiskundige. Een respectabel voorbeeld (zie box) is de interpretatie van de niet-Euclidische hyperbolische meetkunde in de Euclidische. Het doel van dergelijke interpretaties was en is meestal geweest te laten zien dat, als de ene theorie consistent is (hier de Euclidische), de andere (hier de hyperbolische) het ook is. Meestal hebben interpretaties de vorm van inbeddingen van structuren in andere structuren. Wij bestuderen interpretaties hier in hun andere verschijningsvorm: als vertalingen van theorieën in theorieën. Een interpretatie geeft onder dit gezichtspunt een transformatie van bewijzen in de geïnterpreteerde theorie naar bewijzen in de interpreterende theorie. Denk bijvoorbeeld aan de interpretatie van de projectieve meetkunde in zichzelf door ‘het verwisselen van punten en lijnen’. Juist daardoor is het natuurlijk ook mogelijk uit de consistentie van de ene theorie tot die van de andere te concluderen: een bewijs van een inconsistentie in de geïnterpreteerde theorie zou een bewijs van een inconsistentie in de interpreterende opleveren en

die wordt als consistent beschouwd. Wij houden ons weer bezig met interpreteerbaarheid tussen theorieën die over bewijsmechanismen kunnen praten (in het algemeen gaat dit via interpretatie!). Interpreteerbaarheid is een generalisatie van bewijsbaarheid: bewijsbaarheid is immers niets anders dan interpreteerbaarheid via de identieke vertaling. Visser lanceerde het idee van een *interpreteerbaarheids-logica* als uitbreiding van de bewijsbaarheidslogica en gaf de vermoedelijke axioma's voor dergelijke logica's. Mede op basis van zijn werk en dat van Veltman en de Jongh bewezen Berarducci en Shavrukov in 1989 gelijktijdig voor het belangrijkste systeem de juistheid van Visser's vermoedens.

Alle in de wiskundige praktijk voorkomende interpretaties zorgen voor zeer efficiënte omzettingen van bewijzen, namelijk in polynomiale tijd. Dit betreft alle bekende interpretaties zoals, om twee voorbeelden te noemen, de beroemde interpretaties van Gödel (1938) van de verzamelingenleer met keuze-axioma in de verzamelingenleer zonder keuze-axioma, en van Cohen (1963) van de verzamelingenleer met de negatie van keuze-axioma in de verzamelingenleer zonder keuze-axioma (en evenzo met betrekking tot de continuümhypothese). Op theoretische gronden weten wij echter dat er ook theorieën bestaan die in een bekende theorie alleen maar op een zeer inefficiënte wijze kunnen worden geïnterpreteerd. Er is dus alle ruimte voor een beter aan de praktijk aansluitende notie van 'efficiënte interpretatie'.

Complexiteitstheorie levert een begrippenapparaat om de mate van efficiëntie van rekenprocessen te classificeren. Eén aanpak binnen de complexiteitstheorie is de studie van *zwakke rekenkundige theorieën*. Deze theorieën heten 'zwak' omdat het schema van inductie:  $A(0) \& \forall x(A(x) \rightarrow A(x+1)) \rightarrow \forall x A(x)$ , beperkt is tot formules  $A(x)$  uit, in termen van effectiviteit zinvolle, klassen van formules. Deze restrictie op inductie heeft tot gevolg dat de theorie slechts voor een beperkte klasse recursieve functies – zeg, die functies die in polynomiale tijd berekend kunnen worden – kan bewijzen dat zij voor ieder argument een waarde opleveren. Een goede illustratie is exponentiatie. In veel zwakke theorieën kan exponentiatie wel gedefinieerd worden als partiële functie die, voor zover hij waarden heeft, bewijsbaar aan de recursievergelijkingen voldoet: *als*  $a^n$  bestaat, *dan* bestaat ook  $a^{n+1}$  en is gelijk aan  $a^n \cdot a$ . Men kan

echter niet bewijzen dat er altijd een waarde is. Zwakke theorieën functioneren op deze manier als 'natuurlijke' beschrijvingen van klassen van 'resource bounded' functies.

In het onderzoek werden de volgende vragen gesteld:

- (a) Beschrijf de logische eigenschappen van interpreteerbaarheid voor theorieën die voldoende over syntaxis kunnen zeggen, inclusief wat deze theorieën zelf 'denken' over interpreteerbaarheid.
- (b) Beschrijf de logische eigenschappen van bewijsbaarheid in zwakke theorieën.
- (c) Formuleer een plausibele notie van efficiënte interpretatie en bestudeer haar eigenschappen.

Het beschreven NWO-project concentreerde zich vooral op (b) en (c). Zoals boven beschreven werden belangrijke vragen met betrekking tot (a) rond de tijd van de start van het project opgelost.

## Resultaten

Het probleem bij (b) is, en dit is toch wel verrassend, niet zozeer om de eigenschappen van bewijsbaarheid aan te tonen in de zwakke systemen – het gebruikelijke bewijs van de stelling van Löb kan met wat meer moeite wel worden gereproduceerd – maar juist om te laten zien dat bewijsbaarheid bepaalde eigenschappen niet heeft. De geëigende bewijstechniek is hier een bepaalde inbedding van eindige bomen in de rekenkundige theorie. Deze bewijsmethodologie is ontwikkeld door Solovay in zijn klassieke artikel uit 1976. Anders dan in de traditionele sterke theorieën stuit deze inbedding nu op een fundamenteel probleem. Het ziet er naar uit dat men de volgende stelling nodig heeft:

- (\*) als  $x$  in een (zekere) co-NP verzameling zit, dan is het bewijsbaar dat  $x$  in die co-NP verzameling zit.

De problematiek werd langs drie lijnen aangepakt.

- (i) Probeer precies te beschrijven waar en waarom (\*) nodig is. Dit voorbereidend onderzoek heeft geleid tot zeer zorgvuldige formuleringen van de gebruikelijke bewijsmethoden voor de stelling van Solovay, waarin alleen de absoluut essentiële ingrediënten voorkomen. R. Verbrugge preciseerde in haar werk (zie iii, hieronder) nog resultaten uit een artikel van de Jongh, Jumelet en Montagna (1991).



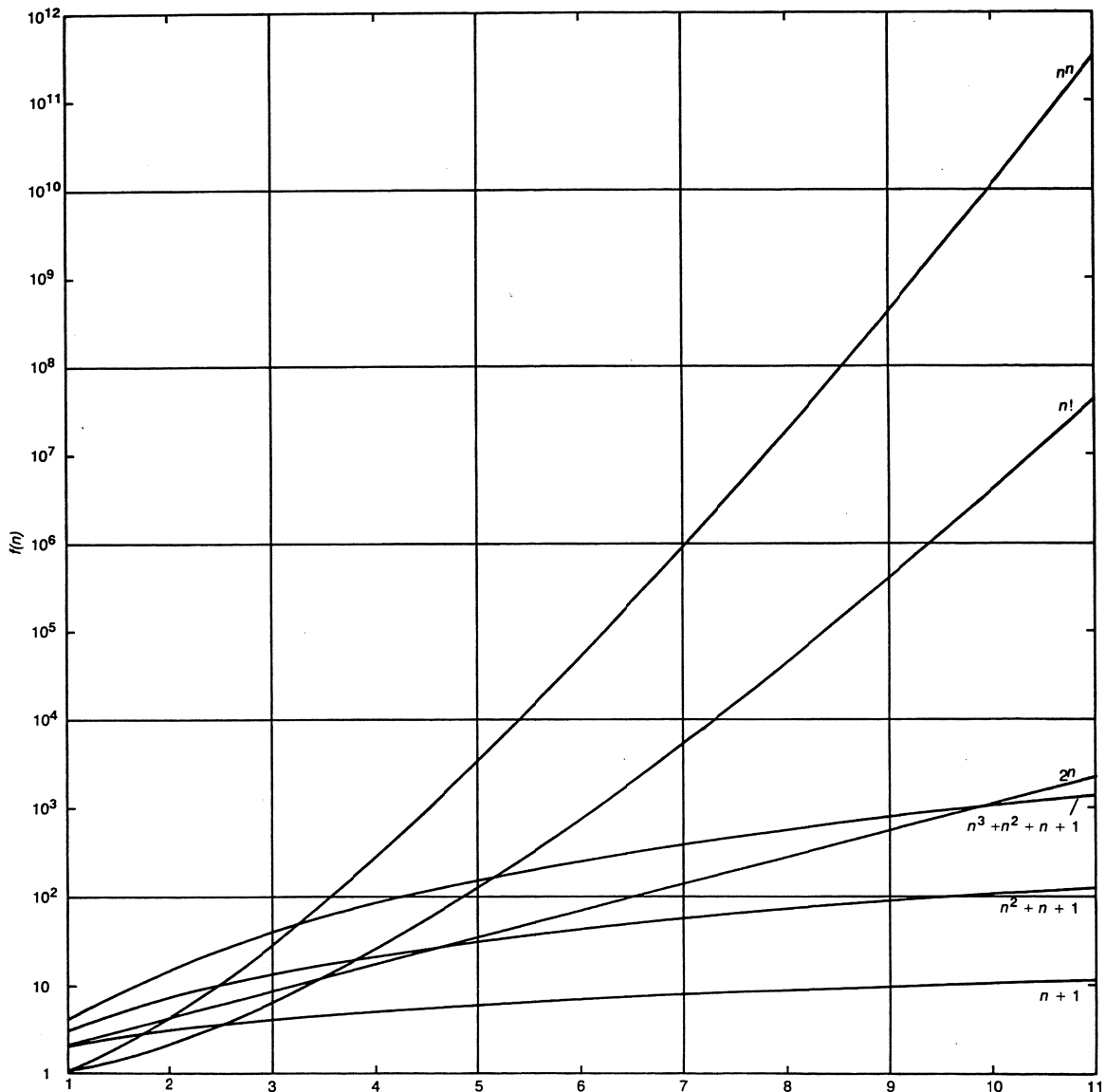
- (ii) Karakteriseer hoe sterk de aanname van de bewijsbaarheid van (\*) is. R. Verbrugge bewees voortbouwend op werk van Buss in zijn dissertatie uit 1986 dat bewijsbaarheid van (\*) in de zwakke rekenkunde in zijn meest voor de hand liggende vorm impliceert dat  $NP=co-NP$ , en daarmee vooralsnog een hopeloos probleem is.
- (iii) Probeer zoveel mogelijk bomen in te bedden zonder gebruik te maken van (\*). Langs deze lijn heeft R. Verbrugge in samenwerking met A. Berarducci verbijsterende resultaten behaald. Meer bomen dan ooit verwacht bleken langs deze weg inbedbaar (echter voorlopig niet alle, en niet genoeg voor een volledige oplossing van het probleem).

Het onder (c) beschreven probleem had veel meer dan (b) het karakter van planbare research. Dit probleem is dan ook door Verbrugge geheel op-

gelost. Ten eerste is een plausibele notie van efficiënte interpreteerbaarheid geïsoleerd. Ten tweede heeft zij laten zien dat, als een van de bekende theorieën die oneindig veel axioma's nodig hebben zoals de Peano-Rekenkunde of de Zermelo-Fraenkel-Verzamelingenleer als basis genomen wordt, er veel theorieën bestaan die slechts inefficiënt in die basistheorie kunnen worden geïnterpreteerd. Ten derde heeft zij bewezen dat efficiënte interpreteerbaarheid dezelfde interpreteerbaarheidslogica heeft als gewone interpreteerbaarheid. Ten vierde heeft zij een precieze classificatie gegeven van de complexiteit van het probleem of een gegeven theorie in een andere theorie efficiënt geïnterpreteerd kan worden. Deze complexiteit blijkt verrassenderwijs geheel anders te zijn dan de complexiteit van het analoge probleem voor gewone interpreteerbaarheid. Hiermee is het begrip *efficiënte interpreteerbaarheid* volledig in kaart gebracht.

### Efficiënte en minder efficiënte algoritmen

In de complexiteitstheorie classificeert men algoritmen in termen van het aantal stappen dat een Turing-machine nodig heeft om de berekening uit te voeren, als functie van de lengte van de input. Zo werkt een algoritme in *polynomiale tijd* als er een polynoom  $f$  bestaat, zodat voor iedere  $n$  de berekening op inputs van lengte  $n$  ten hoogste  $f(n)$  aan tijd kost. In de bijgaande figuur is de rekentijd van een paar algoritmen in termen van de lengte van de input weergegeven. Het is bekend dat er voor ieder polynoom  $f(n)$  en voor voldoende grote  $n$  geldt dat  $2$  tot de macht  $n$  veel groter is dan  $f(n)$ . Meestal worden polynomiale tijds-algoritmen efficiënt genoemd en algoritmen die exponentiële tijd nodig hebben inefficiënt: voor grote inputs heeft men niets aan dergelijke algoritmen. Problemen waarvoor een polynomiale tijdsalgoritme bestaat zitten per definitie in de klasse P (P staat voor polynomi-aal). Er bestaan ook nog wat geheimzinniger klassen van problemen. De bekendste daarvan is NP, waarin P bevat is. Ruw gezegd stellen problemen in NP een Ja/Nee vraag waarvan het uiteindelijke antwoord misschien alleen met een inefficiënte procedure gevonden kan worden; maar als men al weet dat het antwoord "Ja" is, kan men dat op een efficiënte manier bewijzen. Een bekend probleem in NP is COMPOSITE. Dat vraagt of de input, een natuurlijk getal, geschreven kan worden als het product van twee getallen die beide groter zijn dan 1. Het is duidelijk dat als men weet dat het antwoord "Ja" is, men dat efficiënt kan laten zien: geef simpelweg de twee factoren en laat zien dat hun product gelijk aan de input is. Met COMPOSITE is er nog iets bijzonders aan de hand. Het *complement* van COMPOSITE, dus de vraag of de input een priemgetal is, zit ook in NP (om dat in te zien is overigens behoorlijk wat werk nodig). Men definieert nu de klasse co-NP als de klasse van die problemen waarvan het complement in NP zit. Zo zit COMPOSITE in NP en in co-NP. Tot nu toe weet echter niemand of er niet toch een polynomiiaal algoritme voor COMPOSITE bestaat. Dit leidt tot algemenere vragen: (1) Geldt P ongelijk NP? En (2) NP ongelijk co-NP? En (3) P ongelijk NP doorsnede co-NP? Al deze vragen zijn nog onopgelost. Hoewel de meeste complexiteitstheoretici geloven in P ongelijk NP, kan het heel goed zijn dat er nieuwe wiskundige methoden nodig zijn om de open vragen te beantwoorden.

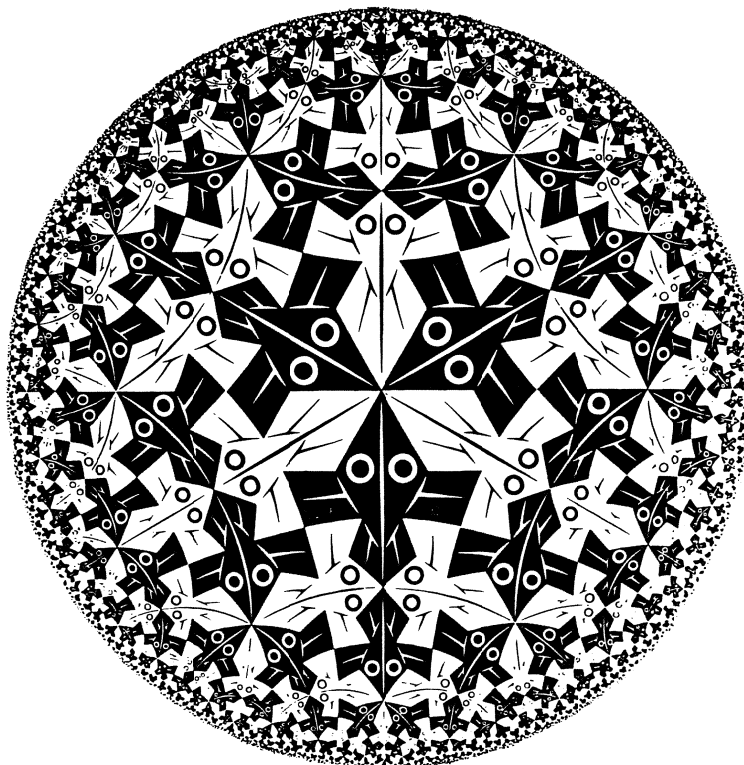


### Een efficiënte interpretatie

De bijgaande houtsnede van Escher, Circle Limit I (1958), laat een *interpretatie* zien van de hyperbolische meetkunde in de Euclidische meetkunde. Deze interpretatie werd eind vorige eeuw door Poincaré bedacht, en werkt als volgt. Stelt men zich voor dat men een model van de gewone Euclidische meetkunde heeft, kies dan een cirkel  $C$  (in de figuur de rand van de houtsnede). Nu maakt men een vertaling van de termen van de Euclidische meetkunde.

TERM	VERTALING
* punt	punt binnen
* rechte lijn	gedeelte binnen $C$ van een diameter van $C$ of van een cirkel loodrecht op $C$ (in de figuur: de ruggegraten van de vissen)
* het vlak	de schijf binnen $C$ (dus zonder rand)

Met behulp van deze vertaling vertaalt men de axioma's van de hyperbolische meetkunde en kijkt men of men het resultaat kan bewijzen in de Euclidische meetkunde. Bijvoorbeeld Axioma 1 van de hyperbolische meetkunde, "Voor ieder tweetal punten  $x, y$  bestaat er precies één rechte lijn die  $x$  en  $y$  bevat" wordt na vertaling "Voor ieder tweetal punten binnen  $C$  bestaat er precies een gedeelte binnen  $C$  van een diameter van  $C$  of van een cirkel loodrecht op  $C$ , dat  $x$  en  $y$  bevat". Dit kan men inderdaad bewijzen in de gewone Euclidische meetkunde. Het axioma dat de hyperbolische meetkunde van de Euclidische meetkunde onderscheidt is "Voor iedere rechte lijn  $l$  en punt  $P$  niet op  $l$  zijn er minstens twee rechte lijnen door  $P$  die  $l$  snijden". Met behulp van de illustratie is niet moeilijk in te zien dat de vertaling hiervan inderdaad bewijsbaar moet zijn in de Euclidische meetkunde. Als men alle 5 axioma's van de hyperbolische meetkunde op deze manier gecheckt heeft, weet men dat de hyperbolische meetkunde interpreteerbaar is in de Euclidische meetkunde - dus als de Euclidische meetkunde een model heeft, dan heeft de hyperbolische meetkunde er ook een. De interpretatie is zelfs efficiënt, en wel om een hele simpele reden. De hyperbolische meetkunde bevat maar 5 axioma's. De vertalingen van die axioma's kan men allemaal bewijzen in de Euclidische meetkunde, met 5 bewijzen, zeg  $B_1, \dots, B_5$ . Stel dat  $B_5$  het meeste tijd kost om te bewijzen, namelijk  $Tijd(B_5)$ . Dan is  $Tijd(B_5)$  precies het (constante) polynoom dat voldoet: voor alle axioma's van de hyperbolische meetkunde kan er in ten hoogste  $Tijd(B_5)$  tijd een bewijs in de Euclidische meetkunde gevonden worden van de vertaling van dat axioma. Op grond van algemene overwegingen kan dan worden geconcludeerd dat dit niet alleen voor de axioma's geldt, maar voor hele bewijzen. Dit volgt uit een precieze analyse van het simpele feit dat een bewijs in de hyperbolische meetkunde niets anders is dan een logisch bewijs uit de axioma's en daarom vertaalt in een bewijs in de Euclidische meetkunde met dezelfde logische stappen, behalve dat de vertalingen van de hyperbolische meetkunde axioma's eerst bewezen moeten worden.



# Oplosbare modellen in de statistische mechanica

Samenwerkingsverband	:	FOM/SMC Mathematische Fysica
Project	:	Mathematische structuren van de Bethe-Ansatz en Yang-Baxter vergelijkingen
Projectleider(s)	:	prof. dr. B. Nienhuis
Projectmedewerker(s)	:	dr. U.G. Grimm
Instelling	:	Universiteit van Amsterdam

## Inleiding

De statistische mechanica bestudeert systemen die bestaan uit grote aantallen identieke objecten die met elkaar in wisselwerking staan. Die objecten kunnen atomen of moleculen zijn, maar ook veel grotere eenheden zoals bijvoorbeeld biologische cellen. Het doel van de statistische mechanica is het begrijpen of voorspellen van macroscopische verschijnselen in termen van de microscopische wisselwerkingen tussen die objecten. Ook in omgekeerde richting wil men conclusies kunnen trekken over de elementaire wisselwerkingen uit macroscopische waarnemingen. Voor de bestudering van systemen in evenwicht bestaat de berekening van macroscopische grootheden uit een middeling over de vele configuraties waarin de objecten zich kunnen bevinden.

In de praktijk worden er bij de berekening van macroscopische eigenschappen twee soorten benaderingen gemaakt. In de eerste plaats worden de microscopische interacties vereenvoudigd. Het resultaat, de vereenvoudigde beschrijving van het systeem, wordt een model genoemd. Vervolgens worden verdere benaderingen gemaakt in de berekening van de macroscopische eigenschappen van het model.

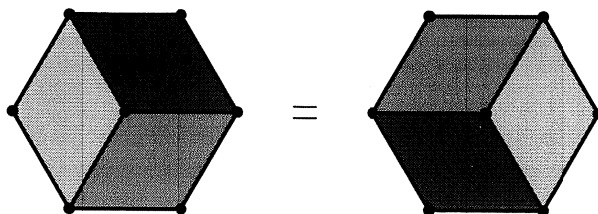
Een centraal onderwerp in de statistische mechanica is de theorie van fase-overgangen. Op een fase-overgang veranderen eigenschappen van een stof plotseling heel sterk als functie van bepaalde parameters, bijvoorbeeld de temperatuur. Bekende voorbeelden zijn de overgangen tussen de gasfase, vloeibare en vaste fase, en die naar de supergeleidende of supervloeibare fase. In de laatste 25 jaar is het duidelijk geworden dat de beschrijving van stoffen in de onmiddellijke omgeving van een fase-overgang in hoge mate universeel is. Een aantal kwantitatieve eigenschappen van fase-overgangen zijn voor grote

verzamelingen fase-overgangen precies hetzelfde.

Deze hangen dus niet af van allerlei details van de wisselwerkingen, maar alleen van de dimensie van het systeem en van de symmetrie die het verschil tussen de twee fasen karakteriseert. Dit idee, dat in de 70-er jaren bekend werd als de universaliteitshypothese, wordt sindsdien gestaag met empirische en theoretische gegevens ondersteund.

Op grond van deze universaliteit is het redelijk bij de constructie van een model grove benaderingen te tolereren. Immers, zolang de dimensie en de symmetrie intact blijven, zijn de zogenaamde universele eigenschappen onveranderd. Deze vrijheid wordt nu gebruikt om het model zodanig te kiezen dat geen verdere benaderingen nodig zijn: het model kan exact worden doorgerekend. Hoewel de details van het model niet realistisch zijn, zijn toch de universele resultaten nauwkeurig in overeenstemming met experimenten. Terwijl zo universaliteit een extra motivatie geeft om oplosbare modellen te bestuderen, wordt de universaliteitshypothese zelf juist hierdoor ondersteund, aangezien verschillende modellen in dezelfde klasse inderdaad gelijk zijn in hun universele eigenschappen.

Het vinden van deze exact oplosbare modellen en het berekenen van hun universele eigenschappen is in de laatste 15 jaar uitgegroeid tot een heel actief vakgebied, met veel uitwisseling tussen fysici en wiskundigen, in het bijzonder uit Australië, Japan en Rusland. De oplosbaarheid wordt mogelijk gemaakt door de Yang-Baxter vergelijking, grafisch weergegeven in Figuur 1. Deze op het eerste gezicht onschuldige vergelijking is de basis van een uitgebreid arsenaal van methodes voor de berekening van thermodynamische eigenschappen.



**Figuur 1.** De Yang-Baxter vergelijking stelt het effect van twee verschillende combinaties van dezelfde wisselwerkingen aan elkaar gelijk. De gekleurde vlakken stellen de verschillende interacties voor. Als de wisselwerkingen in een model, eventueel in combinatie met andere wisselwerkingen aan deze vergelijking voldoen, is het model oplosbaar.

Een deel van de onderzoeksinspanning in het vakgebied gaat naar het zoeken naar nieuwe families van oplosbare modellen. Daarnaast echter worden ook steeds krachtiger technieken ontwikkeld om meer eigenschappen van de modellen exact uit te rekenen. Dat laatste is namelijk geen sinecure. Het vergt vaak een ingenieuze toepassing van algebraïsche en grafische argumenten. In Amsterdam, in de FOM groep SF-A-d, is de aandacht vooral gegaan naar het bestuderen van modellen met niet-locale aspecten. Daardoor hebben we bijvoorbeeld modellen opgelost voor polymeren in oplossing (zie Figuur 2).

### Recente ontwikkelingen

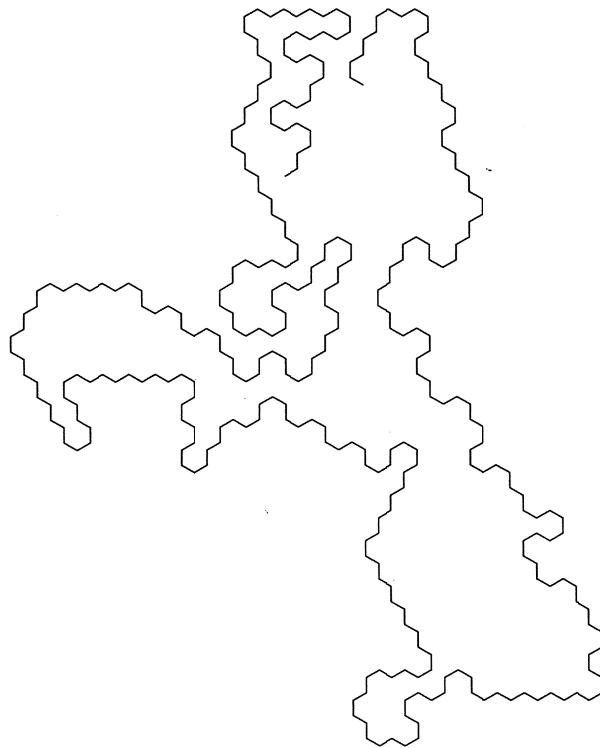
Een recente ontwikkeling is een onderzoek naar oplosbare modellen voor quasi-kristallen (zie Figuur 3). Kristallen worden gekenmerkt door een discrete rotatie- en translatiesymmetrie. Quasi-kristallen zijn materialen waarvan de rotatiesymmetrie niet kan worden verenigd met periodiciteit. Het is gebleken dat diverse modellen voor dit verschijnsel ook exact opgelost kunnen worden. Het is de bedoeling om elastische en thermodynamische eigenschappen te berekenen.

Een recent resultaat van de groep SF-A-d verwijst terug naar de eerste mijlpaal in de theorie, de oplossing van het twee-dimensionale Ising-model in 1944 door Onsager. Dit model beschrijft bijvoorbeeld de condensatie-overgang van een gas geadsorbeerd op een kristaloppervlak. Men moet zich voorstellen dat het kristaloppervlak een regelmatig rooster van adsorptie plaatsen heeft, waarop de gasmoleculen bij

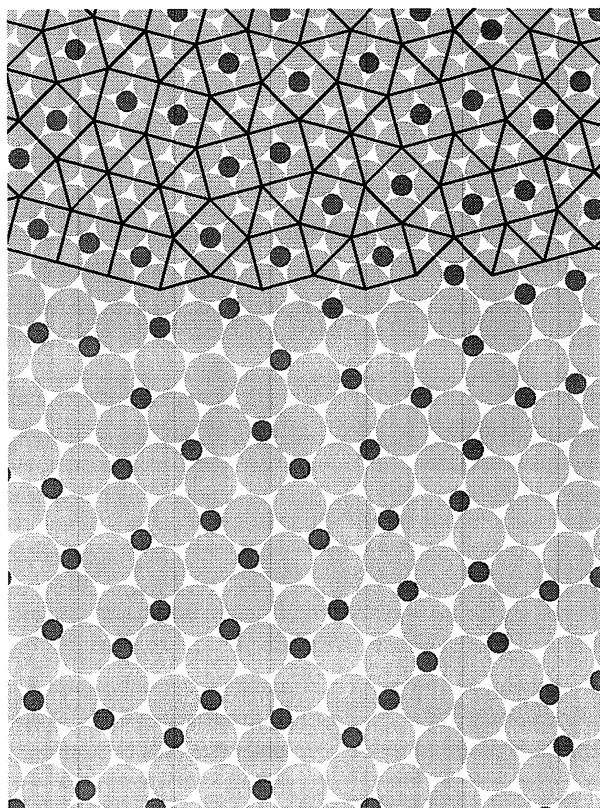
voorkeur plaats nemen. In het Ising-model is de benadering gemaakt dat adsorptie strikt alleen op deze voorkeursplaatsen gebeurt, door maximaal één molecuul per positie, en er alleen een (attractieve) wisselwerking is tussen moleculen op naburige roosterplaatsen. Eventuele interne structuur van de moleculen wordt verwaarloosd. Figuur 4 toont een voorbeeld van een rooster van adsorptie plaatsen met een gedeeltelijke bezetting. De oplossing van Onsager is alleen van toepassing op het geval waarin de *a priori* waarschijnlijkheid voor de roosterplaatsen om bezet te zijn gelijk is aan 50%. Dit wordt genoemd het Ising-model zonder veld. Er zijn sindsdien natuurlijk vele pogingen gedaan om het Ising-model voor willekeurige bezettingsgraad op te lossen. Sinds 1989 is hieraan een nieuwe impuls gegeven doordat Zamolodchikov op grond van veldentheoretische argumenten het vermoeden uitte dat er ook een oplosbaar roostermodel zou bestaan equivalent aan een Ising-model in een veld. Een lid van een nieuw gevonden familie oplosbare modellen, blijkt nu precies dat model te zijn.

### Conclusies

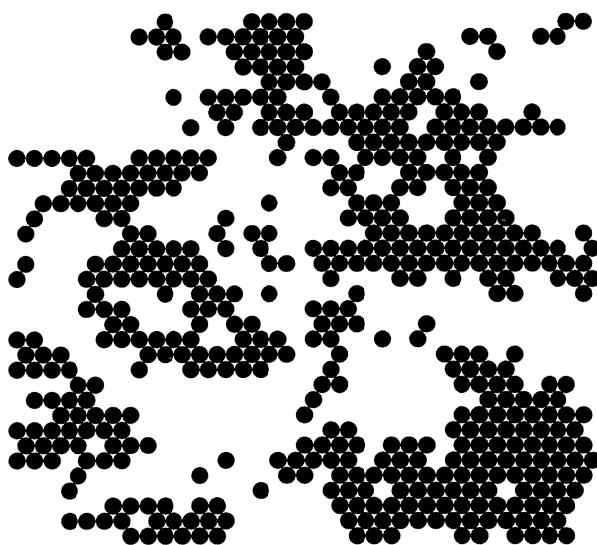
De bestudering van oplosbare modellen is een belangrijk ingrediënt geworden in de theorie van fase-overgangen, zozeer dat het niet meer weg te denken is. Fundamenten van de theorie zoals universaliteit, schaal-invariantie en conforme invariantie zijn juist door de exacte informatie van oplosbare modellen onderbouwd. Nieuwe benaderingsmethoden worden geïkt door ze te vergelijken met exacte resultaten.



**Figuur 2.** Een polymeer in oplossing neemt allerlei grillige vormen aan. Een eenvoudig model hiervoor wordt gevormd door een willekeurig pad op een regelmatig rooster dat geen enkele plaats meer malen aandoet. Universele eigenschappen van de polymeerconfiguraties worden exact voorspeld door het model.



**Figuur 3.** Een quasi-kristal kan resulteren als deeltjes van verschillende afmeting gemengd worden. Hier is een voorbeeld van een twee-dimensionale stapeling van grote en kleine schijven die op grote schaal een twaalfvoudige rotatiesymmetrie vertoont. De lijntjes die de middelpunten van de grote schijven verbinden, geven aan dat de stapeling uit vierkantjes en gelijkzijdige driehoekjes bestaat.



**Figuur 4.** Een gedeeltelijke bezetting van een kristaloppervlak met geadsorbeerde atomen. De eigenschappen van een dergelijk systeem worden met het Ising-model beschreven.

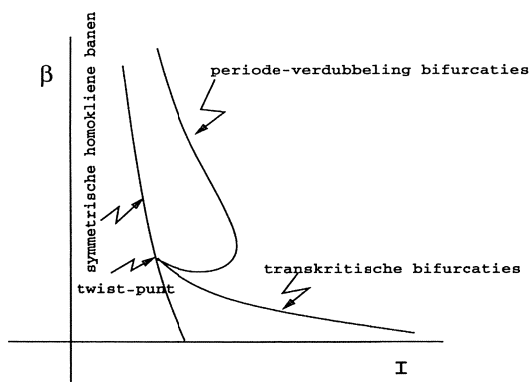
# De dynamica van gekoppelde Josephson juncties

Aandachtsprogramma	: Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen
Project	: Dynamica van de gekoppelde Josephson juncties
Projectleider(s)	: dr. S.A. van Gils, dr. M. Krupa
Projectmedewerker(s)	: V. Tchistiakov M.Sc.
Instelling	: Universiteit Twente

## Inleiding

Het project is gericht op de beschrijving van de dynamica van gekoppelde Josephson juncties. (De Josephson junctie is een techniek die wordt toegepast in transistoren om snellere schakeltijden te realiseren dan met conventionele transistoren haalbaar zijn.) Wanneer de juncties globaal gekoppeld zijn, zijn de vergelijkingen die de dynamica beschrijven invariant voor verwisseling van de juncties. De preciese vorm van de vergelijkingen hangt af van de keuze van de globale koppeling. In alle gevallen speelt de permutatiesymmetrie een belangrijke rol in het gedrag van het systeem als geheel.

In toepassingen, zoals korte golf generatoren en versterkers, is vooral de toestand van belang waarin alle juncties zich identiek gedragen. De juncties oscilleren dan *synchroon*. Het is dus ook van belang te begrijpen hoe deze toestand instabiel kan raken. In de vergelijkingen komen twee externe parameters voor:  $\beta$ , een maat voor de capaciteit en  $I$ , de aangebrachte stroomsterkte. Variatie van de parameters leidt tot het ontstaan (bifurcieren) van andere toestanden dan de symmetrische (synchrone) oscillaties.



**Figuur 1.** Het homokliene twist-punt in de Josephson juncties

In de twee-dimensionale parameter ruimte is er één speciaal punt dat het bifurcatie twist-punt wordt genoemd. Hier komen drie bifurcatie lijnen samen. Op de ene lijn treedt periodeverdubbeling van de synchrone oplossing op. Op de andere lijn ontstaan niet-symmetrische (asynchrone) oplossingen (in een zogenoemde transkritische bifurcatie). Op de derde lijn verdwijnen de synchrone oscillaties doordat de periode ervan naar oneindig gaat. De oplossingen op deze lijn worden ook wel homokliene oplossingen genoemd. Dit zijn oplossingen die in de tijd zowel in voorwaartse als in achterwaartse richting convergeren naar hetzelfde evenwichtspunt. Het is bekend dat de aanwezigheid van homokliene banen vaak aanleiding geeft tot bijzonder gecompliceerde dynamica als de parameters wat gevarieerd worden. Het punt heet een *twist-punt* omdat, lopend langs de curve met homokliene oplossingen, er een oriëntatieverandering optreedt precies in het twist-punt.

In het project wordt met analytische en numerieke middelen de dynamica in de buurt van dit twist-punt onderzocht. In het bijzonder richt de aandacht zich op asynchrone homokliene banen in de buurt van het twist-punt.

Werk van Homburg (1992) en Homburg, Kokubu en Krupa (1993) laat zien dat de aanwezigheid van een twist-punt zonder symmetrie de mogelijkheid biedt tot het ontstaan (en weer verdwijnen) van een hoefijzer afbeelding. Dit duidt op zeer gecompliceerde dynamica.

## Symmetrie

Een belangrijk onderzoeksonderwerp in de theorie van symmetrische bifurcaties is het spontane symmetrieverlies. Dit treedt op als een symmetrische invariante verzameling een bifurcatie ondergaat waarbij invariante verzamelingen ontstaan die minder symmetrie hebben. De theorie hiervoor in het geval van evenwichten en pe-



riodieke banen is uitgebreid beschreven door Golubitsky, Stewart en Schaeffer (1988). De boven beschreven situatie past goed in deze context. De periodeverdubbeling en de transkritische bifurcatie produceren oplossingen met minder symmetrie. Ook de asynchrone homokliene banen hebben minder symmetrie dan de symmetrische homokliene banen.

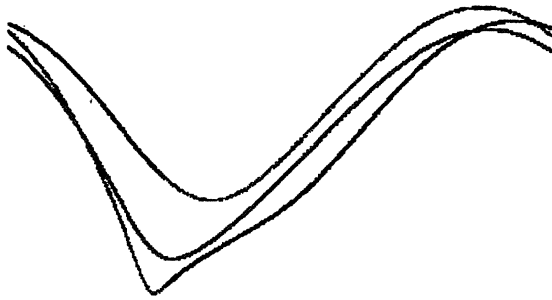
Recentelijk heeft de vraag om de symmetrie van een numeriek verkregen attractor te bepalen veel aandacht gekregen. Deze vraag is als eerste gesteld en ten dele beantwoord door Barany, Dellnitz en Golubitsky. Stel dat een baan convergeert naar een attractor. Wat is de symmetrie van deze attractor (in de praktijk een baan minus een voldoende groot gekozen beginstuk)? Deze vraag is moeilijk te beantwoorden als het aantal juncties groot is (groter dan 6). De symmetrie van de attractor is moeilijk te bepalen als alleen maar numerieke data of de twee-dimensionale projectie van een baan in beschouwing worden genomen. Soms is het gemakkelijk. Als alle oscillatoren synchroon oscilleren, dan is de symmetrie  $S_n$ , de permutatie groep van  $n$  elementen. Als iedere oscillator hetzelfde doet, maar ten opzichte van elkaar  $\frac{2\pi}{n}$  uit fase, dan wordt zo'n oplossing een 'pony on a merry go round' genoemd. In dit geval zal de oplossing de symmetrie groep  $\mathbb{Z}_n$  hebben, de cyclische groep van orde  $n$ . Het is mogelijk een functionaal te bepalen die, ruwweg gezegd, als domein heeft de ruimte van attractoren en die ruimte afbeeldt naar de zogenoemde representatieruimte. Een baan wordt afgebeeld op een punt in de representatieruimte. Door de representatieruimte en de functionaal goed te kiezen, is het mogelijk van de attractor de symmetrie te bepalen. De functionaal wordt wel een 'detective' genoemd. Een detective is een functie waarmee men de symmetrie van een verzameling in de symmetrie van een punt kan omzetten.

### Het onderzoek in het project

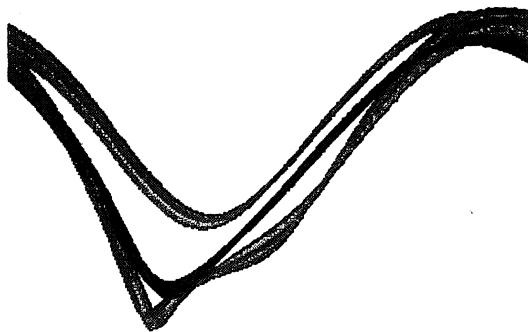
Om de implicaties van een symmetrisch twistpunt te kunnen begrijpen, is allereerst een  $\mathbb{Z}_2$ -symmetrisch model gemaakt in vier dimensies. Er is bewezen dat, generiek, in de twee-dimensionale parameterruimte er een gebied bestaat waarin symmetrische periodieke banen stabiel zijn. Dit gebied wordt begrensd door een

curve waarop periodeverdubbeling plaats vindt (multiplier  $-1$ ) en een curve met hooivorkbifurcaties (multiplier  $+1$ ). Beide krommen eindigen in het twist-punt. De periodeverdubbeling resulteert in een enkele periodieke baan die twee keer rondgaat alvorens te sluiten. De hooivorkbifurcatie creëert twee periodieke banen die symmetrisch ten opzichte van elkaar zijn. Verder wordt de existentie van een derde curve in de parameter-ruimte aangetoond, die ook eindigt in het twist-punt. Op deze curve komen een paar, door symmetrie gerelateerde, asymmetrische homokliene banen voor. De periodieke banen die ontstaan door periode verdubbeling en hooivorkbifurcatie kunnen in de parameterruimte worden voortgezet totdat ze op de curve met de twee homokliene banen verdwijnen. Verder bestaat er een curve met dubbel homokliene banen. Al deze oplossingen, op de dubbel homokliene baan na, zijn ook gevonden met numerieke middelen (AUTO, het software pakket van Doedel) in een stelsel van twee Josephson juncties met capacitieve belasting.

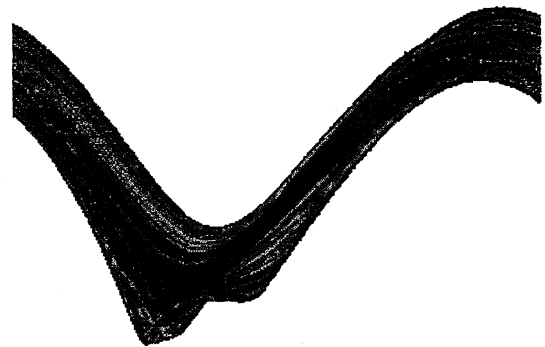
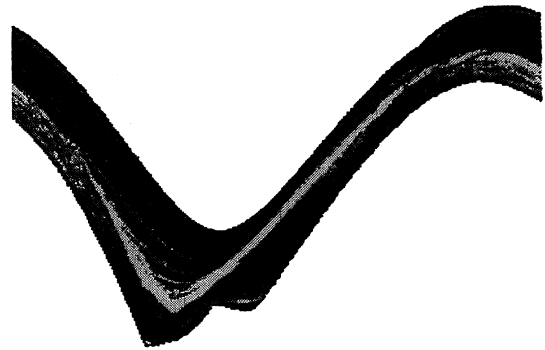
Er is een detective bepaald voor de groep  $S_n$ . Hiermee is het mogelijk om tot zes oscillatoren de symmetrie van attractoren te bepalen. Een voorbeeld van een zogenaamde symmetrievermeerderingsbifurcatie is weergegeven in Figuur 2. De vergelijkingen zijn die voor drie Josephson juncties met resistive load. Voor verschillende waarden van de capaciteit ( $\beta$ ) zijn de attractoren geplot. Iedere junctie heeft zijn eigen kleur (rood, geel en groen). Als  $\beta = 1.8$ , dan volgen twee juncties een periodieke baan, een halve periode uit fase. De derde junctie volgt zijn eigen periodieke baan. Deze attractor heeft  $\mathbb{Z}_2$ -symmetrie. Zo'n oplossing wordt een semi-rotor genoemd en is geplot in Figuur 2a. Deze semi-rotor wordt instabiel als  $\beta$  afneemt en een ingewikkelder attractor ontstaat, een stabiele torus, met dezelfde symmetrie, zie Figuur 2b,  $\beta = 1.6754$ . Als  $\beta$  nog verder afneemt, ontstaat een attractor met meer symmetrie,  $S_3$ , de permutatiegroep van drie elementen. In Figuur 2ci-iii is  $\beta = 1.6750$ . De rollen van de drie juncties verwisselen in de loop van de tijd. Dit komt tot uiting in de figuren doordat de vorm gelijk blijft maar de kleuren wisselen.



**Figuur 2a.**  $\beta = 1.8$



**Figuur 2b.**  $\beta = 1.6754$



**Figuur 2ci-iii.**  $\beta = 1.6750$

**Figuur 2.** Symmetrievermeerderingsbifurcatie voor verschillende waarden van  $\beta$

### Werk in ontwikkeling

Als het aantal oscillatoren groter wordt, leidt het gebruik van bovengenoemde detectieve tot zeer rekenintensieve problemen. Er worden nu hulpmiddelen gemaakt die het de detectieve veel gemakkelijker maken. Deze hulpmiddelen zijn nauw verwant aan bekende grootheden uit de statistiek zoals gemiddelde, correlatiematrix en hogere momenta.

De voorgestelde detectives worden gebruikt om met behulp van numerieke continueringstechnieken gebieden in de parameterruimte te bepalen waarin een attractor gevonden wordt met voorgeschreven symmetriegroep.

Tenslotte zal getracht worden de existentie van een hoefijzerafbeelding en/of vreemde attractor te bewijzen in de buurt van het symmetrische twistpunt.

# Wachtrijtheorie

Centraal Jaartheme	: Stochastiek
Coördinator(en)	: prof. dr. ir. O.J. Boxma, prof. dr. A.J. Baddeley, prof. dr. P.J. Holeyijn
Periode	: academisch jaar 1993/1994

## Inleiding

Al geruime tijd is er internationaal gezien sprake van een groeiende belangstelling voor de stochastiek. Deze belangstelling wordt gevoed door de onderkenning dat vele verschijnselen binnen diverse terreinen van wetenschap, maar ook bij industriële en maatschappelijke processen, alleen door stochastische modellen op adequate wijze kunnen worden beschreven. De inbreng van een stochastische component kan noodzakelijk zijn vanwege het intrinsiek stochastische karakter van het onderliggende proces. Maar ook ingeval dit proces in feite deterministisch is, kan stochastische modellering vereist zijn vanwege het ontbreken van exacte informatie of vanwege de buitengewone complexiteit van de eventueel wel beschikbare informatie. Talrijke voorbeelden kunnen worden gevonden in onder andere de natuurkunde, scheikunde, biologie, meteorologie en economie. Momenteel vormen ook de informatica en de beslistkunde een zeer vruchtbare voedingsbodem voor de stochastiek. Naast computer-prestatie-analyse (wachtrijtheorie) – waarover straks meer – verdient ook de bestudering van algoritmen vermelding. Zo bestaat bij de evaluatie van *deterministische* computeralgoritmen een groeiende behoefte aan een probabilistische analyse van de kwaliteit van het algoritme, als aanvulling op een worst-case-beoordeling. Ook zijn *probabilistische* algoritmen, zoals simulated annealing, succesvol gebleken bij diverse op zich deterministische optimaliseringsproblemen.

Het stochastiekonderzoek in Nederland is overwegend van zeer hoog niveau. Nederlandse onderzoekers zijn zelfs toonaangevend op terreinen als percolatietheorie, extremaalprocessen, censurering, zelfgelijkvormige processen, grote afwijkingen, wachtrijtheorie en Markovbeslissingsprocessen. Ter illustratie van de sterke Nederlandse positie in de stochastiek vond in de periode 21-25 juni 1993 op de Vrije Universiteit Amsterdam de 22ste *Conference on Stochastic Processes and their Applications (SPA'93)* plaats.

De 20 lezingen op uitnodiging en de ruim 160 korte voordrachten gaven een goed beeld van de stand van het vakgebied. Aan het congres werd een *centraal jaartheme Stochastiek* gekoppeld, om de uitstraling van het congres te versterken. Zo vond in juni een 'activiteitenmaand' plaats rond de onderwerpen 'percolation, random graphs, interacting particle systems, random cellular automata'. Een 10-tal buitenlandse onderzoekers op deze terreinen bracht de maand juni in Nederland door, lezingenseries verzorgend aan de Universiteit, de TU Delft en op het CWI; deze instituten ondersteunden de activiteitenmaand ook financieel. Verder werden vlak na het congres lezingendagen gehouden over *Optimaal stoppen en partitionering (VU)*, *Stochastische meetkunde (CWI)* en *Wachtrijtheorie (CWI)*.

Het zou te ver voeren al deze onderwerpen uitvoerig te bespreken. Hier is gekozen voor een korte schets van de ontwikkelingen in de wachtrijtheorie, mede omdat dit vak in Nederland zeer intensief wordt beoefend, bij het SPA'93 congres op de Vrije Universiteit verreweg de meeste bijdragen te zien gaf (30 voordrachten) en momenteel krachtige impulsen krijgt door ontwikkelingen rond moderne computercommunicatienetwerken (gespreide computernetwerken, high performance computing, breedbandnetwerken, mobiele communicatie).

## Wachtrijtheorie

Een gemeenschappelijk kenmerk van telefoonnetwerken, computersystemen, produktiesystemen en verkeersnetwerken is dat zij diensten aanbieden aan een groep gebruikers. Af en toe is niet voldoende capaciteit beschikbaar voor alle 'klanten', en treedt congestie op. Wachtrijtheorie betreft de wiskundige analyse van deze congestie. De wachtrijtheorie gaat uit van een abstract model van bedieningscentra met bedienden en klanten die bediening wensen in deze centra. De aankomst van klanten in het netwerk wordt beschreven door een stochastisch proces. Dikwijls is

het realistisch aan te nemen dat klanten arriveren volgens een Poisson-proces; dit leidt bovendien tot aangename wiskundige vereenvoudigingen. Een klant die arriveert in één der bedieningscentra vraagt daar een zekere bedieningstijd; ook bedieningstijden worden in het algemeen door stochastische variabelen gerepresenteerd. Als alle bedienden van een bedieningscentrum bezet zijn op het moment dat een klant er arriveert, moet deze klant wachten, of hij gaat verloren. De bedieningsdiscipline legt vast in welke volgorde de wachtende klanten worden afgehandeld.

De kwaliteit van de dienstverlening is af te lezen van prestatiematen zoals wachttijden en aantallen wachtende klanten. De stochastiek van het aankomst- en bedieningsproces impliceert dat ook deze prestatiematen stochastische variabelen zijn. De belangrijkste technieken uit de wachtrijtheorie stammen dan ook uit de stochastiek. Zo wordt intensief gebruik gemaakt van vernieuwingstheorie, geboorte- en sterfteprocessen, vertakkingsprocessen, fluctuatietheorie, de theorie van de grote afwijkingen en vooral van (semi-)Markov-processen.

Het enorme scala aan mogelijke aankomstprocessen, bedieningstijdverdelingen, bedieningsdisciplines, aantallen bedienden, aantallen bedieningscentra en hun onderlinge samenhang leidt tot een buitengewoon groot aantal verschillende, praktisch relevante, wachtrijmodellen. Bij de analyse van deze modellen kan echter dikwijls gebruik worden gemaakt van resultaten en inzichten die zijn verkregen voor een klein aantal basismodellen, zoals de M/G/1 wachtrij (M voor 'Memoryless' Poisson aankomstproces, G voor 'General' bedieningstijdverdeling, 1 voor één bediende), het Erlang-verliessysteem en het Jackson-netwerk. Deze basismodellen zijn bijna in ieder detail bestudeerd, met een rijk arsenaal aan mathematische technieken, wat heeft geleid tot een diep inzicht in hun eigenschappen en beperkingen. Zodoende geven deze basismodellen een hecht fundament aan de wachtrijtheorie, wat ongetwijfeld in sterke mate aan haar succes heeft bijgedragen.

Een andere reden voor de vitaliteit van het vakgebied is dat wachtrijtheorie altijd zeer positief heeft gereageerd op de uitdagingen die haar werden gesteld door nieuwe toepassingen. Vruchtbare interactie met produktie management, informatica en elektrotechniek hebben wachtrijtheorie gemaakt tot een belangrijk onderwerp in zowel de toegepaste kansrekening als de Operations Rese-

arch en de computer prestatie-analyse.

In de volgende paragraaf gaan we in op één der basismodellen, het Erlang-verliessysteem. We laten zien hoe dit model, dat in 1909 door de Deense ingenieur A.K. Erlang is ontwikkeld voor de bestudering van telefooncentrales, in allerlei gedaanten telkens weer opduikt en daarbij tot nieuwe vragen aanleiding geeft. De laatste paragraaf is gewijd aan de rol die de wachtrijtheorie momenteel speelt bij de prestatie-analyse van gespreide en parallelle computersystemen.

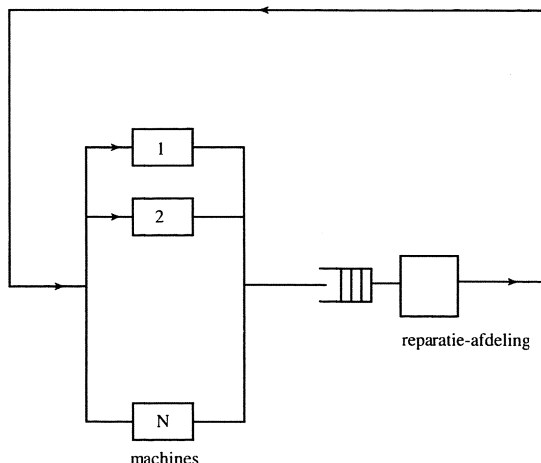
### Het Erlang-verliessysteem

In het door Erlang ontwikkelde verliesmodel is sprake van een Poisson-aankomstproces, met intensiteit  $\lambda$ , bij een bedieningscentrum met  $N$  bedienden zonder wachtplaatsen. De bedieningstijden der klanten zijn onafhankelijke, negatief exponentieel verdeelde stochastische variabelen met gemiddelde  $\beta$ ; de gemiddeld per tijdseenheid aangeboden hoeveelheid werk bedraagt derhalve  $\rho := \lambda\beta$ . Een klant die alle bedienden bezet aantreft gaat verloren. Het aantal klanten in het systeem gedraagt zich volgens een geboorte- en sterfteproces. In de evenwichtssituatie is de kans  $p_k$  op  $k$  aanwezige klanten gegeven door:

$$p_k = \frac{\rho^k / k!}{\sum_{j=0}^N \rho^j / j!}.$$

Verrassenderwijs blijkt deze formule ook nog te gelden voor niet nader gespecificeerde bedieningstijdverdelingen met hetzelfde gemiddelde  $\beta$  - een robuustheid die op verscheidene plaatsen in de wachtrijtheorie opduikt.

Een andere verrassing is dat het Erlang-verliessysteem equivalent is met het in Figuur 1 weergegeven machine-reparatiemodel. Dit model telt  $N$  machines met willekeurig verdeelde levensduren met gemiddelde  $\beta$  en één onderhoudsmonteur die defecte machines repareert in volgorde van binnenkomst; de reparatietijden zijn exponentieel verdeeld met gemiddelde  $1/\lambda$ . Dit impliceert dat, zolang de reparatie-afdeling niet leeg is, defecte machines volgens een Poisson( $\lambda$ )-proces terugkeren in het arbeidsproces. Eenvoudig volgt nu dat het aantal niet-defecte machines precies dezelfde kansverdeling  $p_k$  heeft als het aantal aanwezige klanten in het Erlang-verliessysteem. Het Erlang-verliessysteem, oftewel machine-reparatiemodel, is ook uiterst nuttig bij de analyse van een interactief computersysteem. Vervang in Figuur 1 de  $N$  machines door  $N$  bezette ter-



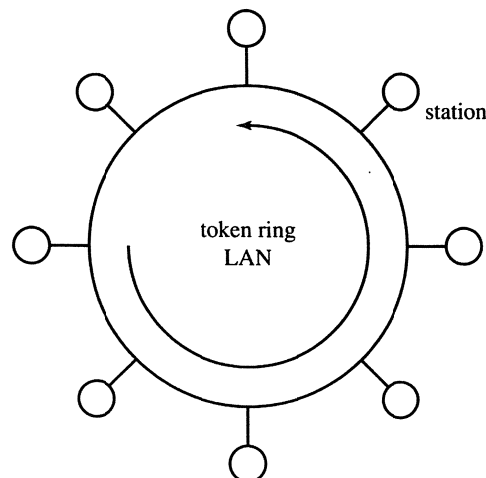
**Figuur 1.** Het machine-reparatiemodel

minals, waarbij de terminalgebruikers na een willekeurig verdeelde denktijd met gemiddelde  $\beta$  een opdracht naar de centrale computer sturen; verwerking van zo'n opdracht vergt een  $\exp(\lambda)$  verdeelde tijd. Vooral de responstijd van de gebruikers ('verblijftijd in de reparatie-afdeling') als functie van het aantal bezette terminals is nu een interessante grootheid. Zij wordt gebruikt bij de dimensionering van het computersysteem.

Maar ook in communicatienetwerken duikt het oude Erlang-verliessysteem telkens opnieuw op. In circuit-geschakelde netwerken kan een verbinding tot stand komen als, uit alle mogelijke verbindingswegen tussen oproeper en ontvanger, een route is aan te wijzen waarbij elk der kanalenbundels uit die route minstens één vrij kanaal heeft. Kelly en Mitra hebben een exacte uitdrukking afgeleid voor de kansverdeling van de aantallen bezette kanalen in elk der bundels. Kelly heeft bovendien in plaats van deze numeriek nauwelijks hanteerbare uitdrukking een effectieve benaderingsmethode voorgesteld, waarbij elk der bundels als een Erlang-verliessysteem wordt gemodelleerd. Een soortgelijke benadering, wederom met Erlang-verliesformules, blijkt volgens recent onderzoek ook bruikbaar bij de dimensionering en prestatie-analyse van toekomstige mobiele communicatienetwerken.

### Parallele en gespreide computersystemen

In tegenstelling tot het bovengenoemde computer-terminal model heeft de gegevensverwerking in moderne computersystemen dikwijls een gedistribueerd karakter; hetzelfde geldt voor data-opslag en besturing van een computer-



**Figuur 2.** Een token ring local area network

communicatienetwerk. Een voorbeeld van *gedistribueerde besturing* treffen we aan bij een 'local area' netwerk, waarbij  $K$  stations (terminals, file servers) door een gemeenschappelijk communicatiekanaal zijn verbonden in een ringtopologie (zie Figuur 2). De stations genereren berichten, zeg volgens Poisson-processen. Als twee of meer stations tegelijk een bericht proberen te verzenden, ontstaat een conflict. Conflicten kunnen worden vermeden door toepassing van het token ring protocol. Hierbij krijgt elk der stations achtereenvolgens, via een rondcirkelend token (een 8-bits pakketje), het recht berichten te zenden. In wachtrijtermen: één bediende (*het token*) bezoekt in cyclische volgorde  $K$  wachtrijen, en bedient de daar wachtende klanten (berichten worden verzonden). Dit is een generalisatie van het basismodel  $M/G/1$  naar een model met  $K$  gekoppelde  $M/G/1$  wachtrijen. Elk der wachtrijen in isolatie is te zien als een  $M/G/1$  wachtrij met 'vakanties' van de bediende (gedurende welke de bediende de andere stations bezoekt). De vakantievariant van het  $M/G/1$  model geeft inderdaad veel inzicht in het gedrag van het token ring protocol.

*Gedistribueerde verwerking* van computer jobs leidt tot minstens zo uitdagende wachtrijproblemen. Stel dat jobs volgens een Poisson-proces arriveren bij  $K$  parallelle processoren en dat elke job in  $K$  deeltaken kan worden opgesplitst, waarbij elk der processoren één taak moet verrichten. Wederom is sprake van  $K$   $M/G/1$  wachtrijen; de koppeling is ditmaal gelegen in het gelijktijdig arriveren van klanten (taken) in elk der wachtrijen. Deze afhankelijkheid binnen

het Poisson-aankomstproces maakt een prestatie-analyse van dit gedistribueerde systeem buitengewoon moeilijk; slechts voor  $K = 2$  zijn, met behulp van complexe functietheorie, bruikbare exacte resultaten verkregen. Nog lastiger kan het worden als aankomstprocessen wezenlijk van het Poisson-proces afwijken. Dit brengt ons bij één der grootste uitdagingen waarvoor de wachtrijtheorie zich momenteel gesteld ziet. In moderne communicatienetwerken wordt verkeer van allerlei soort (computer data, geluid, videobeelden) in gedigitaliseerde vorm door

eenzelfde kanaal gestuurd. Dat verkeer heeft soms een sterk van Poisson afwijkend 'bursty' karakter. De zogenaamde Markov Aankomst Processen (MAP), waarbij het optreden van aankomsten wordt bepaald door een onderliggende Markov-keten, lijken in staat 'bursty' verkeer redelijk goed te modelleren. Door het werk van Neuts, Lucantoni en anderen is een elegante theorie ontstaan voor de MAP/G/1 wachtrij, in wezen een matrix equivalent van de klassieke theorie voor het M/G/1 basismodel - waarmee dit model wederom haar waarde heeft bewezen.

# Overzicht van lopende projecten

## Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde

*Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen* (prof. dr. M.N. Spijker, RU Leiden)

Het project betreft de numerieke oplossing van beginwaardeproblemen voor gewone en partiële differentiaalvergelijkingen. Benaderingsmethoden voor het oplossen van deze problemen worden theoretisch onderzocht. Het gaat hierbij vooral om het verkrijgen van rigoreuze a-priori foutschattingen, geldig voor problemen die realistisch zijn dan de klassieke testproblemen.

*Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden* (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Voor elliptische problemen zijn recentelijk nieuwe preconditioneringsmethoden ontwikkeld van optimale rekencomplexiteit. Maar, zelfs als de hoeveelheid rekenwerk per roosterpunt in essentie vast ligt, onafhankelijk van de fijnheid van het rooster, kan de echte hoeveelheid rekenwerk groot zijn en andere, niet-optimale methoden kunnen efficiënter zijn voor de probleemafmetingen die men in de praktijk tegenkomt. Het doel is het vinden van de echte rekencomplexiteit van verschillende iteratieve oplosmethoden door bepaling van nauwkeurige eigenwaardebenaderingen voor de gepreconditioneerde geconjungeerde gradiëntenmethoden gebruikmakend van verschillende types van preconditioneringen en meerdere (gegeneraliseerde) geconjungeerde gradiëntenmethoden. Dit zal ook gedaan worden voor bepaalde niet-symmetrische en indefiniëte matrixproblemen. Het doel is ook dezelfde soort problemen te behandelen wat betreft reken- en communicatiecomplexiteit voor enkele typische parallele computerarchitecturen.

*Invariante discretiserings- en oplosmethoden voor de behoudswetten voor incompressibele stromingen* (prof. dr. ir. P. Wesseling, TU Delft)

Het doel van het project is het ontwikkelen en vergelijken van methoden voor de invariante discretisatie van de behoudswetten voor incompress-

sibele stromingen in algemene coördinaten, en van corresponderende numerieke oplosmethoden. Ontwikkeling en evaluatie van numerieke methoden voor de incompressibele Navier-Stokes vergelijkingen in algemene coördinaten met turbulentie-modellering. Toepassing op een realistisch geval.

*Globale tijd-ruimte discretisatiemethoden*

(prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Het gebruik van globale tijd-ruimte eindige elementenmethoden voor parabolische en gekoppelde parabolische/hyperbolische differentiaalvergelijkingen hebben veel voordelen boven gewone tijdstapmethoden. Ze kunnen onder andere stabiele methoden opleveren ook voor problemen, waar de gewone methode instabiel is en vaak maken ze gebruik van een aantal roosterpunten dat een orde van grootte kleiner is.

De methode is toepasbaar op voorwaarts-achterwaartse warmtevergelijkingen, op bepaalde optimale controle (besturings)problemen die onder andere ontstaan bij numerieke weersvoorspelling, en voor beginrandwaardeproblemen met niet-lokale randvoorwaarden.

De niet-symmetrische stelsels die ontstaan kunnen opgelost worden met bepaalde iteratieve methoden, gebaseerd op gegeneraliseerde geconjungeerde gradiëntenmethode en algebraïsche multiroostermethoden als preconditioneringen. Doel van het onderzoek is stabiliteit en discretisatiefoutschattingen te analyseren en te laten zien dat de methoden optimale (of bijna optimale) complexiteit hebben.

## Werkgemeenschap Stochastiek

*Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: analyse van rekenintensieve statistische methoden* (prof. dr. W.R. van Zwet, RU Leiden)

Rekenintensieve statistische methoden als de bootstrap zullen worden bestudeerd en vergeleken met methoden die rekentechnisch eenvoudiger zijn, zoals de empirische Edgeworth-ontwikkeling. Het asymptotisch gedrag van deze procedures alsook hun gedrag voor eindige steek-

proefomvang zal worden beschouwd. Behalve in enkele speciale gevallen kan dit gedrag voor eindige steekproeven niet analytisch worden behandeld en zullen simulatiestudies worden uitgevoerd.

*Statistiek van extreme waarden* ( $\mathbb{R}^d$ ) (prof. dr. L.F.M. de Haan, Erasmus Universiteit Rotterdam)  
Onderzoek van statistische problemen samenhangend met uiteinden van een meer-dimensionale kansverdeling.

*Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: functionele en structurele modellen* (prof. dr. C.A.J. Klaassen, Universiteit van Amsterdam)

In statistische modellen met grote parameterruimten spelen mengmodellen een belangrijke rol. Daarbij zijn de storingsparameters in de verdelingen van de waarnemingen realisaties van onafhankelijke en identiek verdeelde (iid) stochasten onder een mengverdeling. Dit structurele model (met iid waarnemingen) heeft andere eigenschappen dan het functionele model waarin de (onbekende) storingsparameters deterministisch zijn en de waarnemingen onafhankelijk maar niet identiek verdeeld. In het voorgestelde project zal een vergelijking van deze modellen worden gemaakt en zullen efficiënte grenzen en schatters worden geconstrueerd voor het functionele model.

### **Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie**

*Dissipatieve oneindig-dimensionale systemen* (prof. dr. R.F. Curtain, RU Groningen)  
Dissipativiteit voor oneindig-dimensionale systemen wordt onderzocht; in het bijzonder Lur'e vergelijkingen, het Kalman-Yacubovich lemma en het begrip positief reëel en een bewijs voor asymptotische stabiliteit gebaseerd op een frequentiedomein-aanpak. De resultaten zijn belangrijk voor flexibele systemen die hun toepassingen vinden bij grootschalig flexibele ruimtestructuren en robotarmen.

*Algebraïsche methoden voor systemen met vertragingen* (prof. dr. ir. M.L.J. Hautus, TU Eindhoven)

- Onderzoek van de toepasbaarheid van de in de literatuur ontwikkelde algebraïsche methoden voor de behandeling van lineaire tijdsinvariante systemen met vertragingen.

- Eventuele uitbreiding van de theorie als dit voor de toepassingen nuttig lijkt.
- Toetsing van efficiëntie, numerieke eigenschappen en robuustheid van de onderzochte methoden.

*Basisconcepten in de theorie van stochastische dynamische systemen* (prof. dr. ir. J.C. Willems, RU Groningen)

De opzet van dit onderzoek is het ontwikkelen van een mathematisch kader voor het modelleren van stochastische dynamische systemen. Een essentiële rol in dit onderzoek wordt het gedrag van een systeem en de interactie met de gedragsvergelijkingen. Speciale aandacht zal worden besteed aan het lineaire tijdinvariant Gaussische geval en aan een fundamentele studie van ARMAX-systemen.

*Het machtreeks algoritme voor de analyse van wachtrijproblemen* (dr. J.P.C. Blanc, KU Brabant)

Theoretische rechtvaardiging van het machtreeks algoritme, verbetering van dit algoritme en uitbreiding van de toepasbaarheid ervan. Numerieke analyse van diverse wachtrijmodellen met behulp van dit algoritme.

*Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen* (prof. dr. A. Hordijk, RU Leiden)  
De existentie en structuur van optimale strategieën in (gedeeltelijk observeerbare) Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen. Stochastische ongelijkheden voor wachtrijen-netwerken en grenzen en benaderingen voor Markov-beslissingsketens.

*Inwendige-punt-methoden voor lineair, geheel-talig lineair en niet-lineair programmeren* (dr. ir. C. Roos, TU Delft)

Voortzetting van het onderzoek aan recent ontwikkelde inwendige-punt-methoden voor lineair programmeren en uitbreidingen naar niet-lineaire optimalisering. Met name de mogelijkheid om deze methoden toe te passen op geheel-talige optimaliseringsproblemen zal worden onderzocht. Implementaties van de methoden zullen worden getest op hun praktische effectiviteit.

*Machinevolgordeproblemen en samenwerking* (prof. dr. S.H. Tijs, KU Brabant en dr. J.A.M. Potters, KU Nijmegen)  
Het project beoogt kostentoe wijzingsmecha-



nismen te ontwerpen voor machinevolgordeproblemen. Deze mechanismen dienen onder alle omstandigheden een eerlijke verdeling van kosten te bewerkstelligen die zo mogelijk eenvoudig te berekenen is. Het is de opzet de eigenschappen van dergelijke regels te bestuderen en axiomatisch te karakteriseren. De wijze van benadering zal ontleend zijn aan de coöperatieve speltheorie, een theorie die al vaker met succes is toegepast bij kostentoe wijzingsproblemen.

*Anticiperende en adaptieve planning met neurale netwerken* (prof. dr. J. Wessels en prof. dr. E.H.L. Aarts, TU Eindhoven)

Nagaan in hoeverre neurale netwerken bruikbaar zijn voor het ontwikkelen van planningen in situaties waarin het herkennen van patronen in de externe vraag van belang is, terwijl bovendien de patronen in de tijd variëren. Hierbij wordt in de eerste plaats gedacht aan productieplanningproblemen. Tevens is het de bedoeling om ontwerpmethoden voor neurale netwerken met bovengenoemd doel te ontwikkelen.

*Lineaire impliciete systemen: een distributieve benadering* (prof. dr. J.M. Schumacher, KU Brabant/CWI en dr. J.C. Engwerda, KU Brabant) Het onderzoek zal zich richten op de verdere ontwikkeling van een distributieve calculus die geschikt is voor lineaire ingangs/uitgangssystemen gedefinieerd op de halfrechte  $\mathbb{R}^+$ . De calculus zal worden gebruikt voor de beschrijving van structurele systeemeigenschappen en voor het oplossen van optimale besturingsproblemen. Een analoge opzet zal worden ontwikkeld voor systemen in discrete tijd.

## Werkgemeenschap Discrete Wiskunde

*Verbetering van decodeertechnieken van algebraïsche codes* (prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg en prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

- Het vinden van efficiënte decodeeralgoritmen voor codes die nog geen efficiënte decodeeralgoritmen kennen of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen minder fouten kunnen verbeteren dan de error-correcting capaciteit van de code mogelijk maakt of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen niet efficiënt genoeg zijn.
- Het vinden van soft decision decoding algoritmen voor sporadische of klassen van algebraïsche codes.

*Overdekkingsproblemen* (prof. dr. J.H. van Lint en prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg, TU Eindhoven)

Het onderzoek naar de overdekkingsstraal van codes, grenzen voor deze straal, constructiemethoden voor goede overdekkingscodes staat (na 25 jaar) nog steeds in de kinderschoenen. Recent onderzoek heeft nieuwe impulsen gegeven. Doel is om van de (enorme) lijst van 'open problems' een aantal op te lossen.

*Algebraïsch-meetkundige codes* (dr. G.R. Pelikaan, TU Eindhoven)

Het onderzoek richt zich op:

- Het decoderen van algebraïsch-meetkundige codes.
- Het bepalen van grenzen van de minimum-afstand en dimensie van algebraïsch-meetkundige codes.
- Het vinden van MDS codes op krommen.
- Berekningen in de Jacobiaan van de kromme spelen een centrale rol in alle drie de onderdelen.

*Codes in klassieke afstandsreguliere grafen* (prof. dr. A.E. Brouwer, TU Eindhoven)

Onderzoek van codes en designs in associatieschema's en aanverwante structuren, speciaal in het eindige geval.

*Ternaire codes en hun designs* (prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

Onderzoek naar de minimum-afstand van ternaire codes, in het bijzonder optimale codes en de constructie van nieuwe  $t$ -designs.

*Computeralgebra in de coderingstheorie*

(prof. dr. A.E. Brouwer en prof. dr. A.M. Cohen, TU Eindhoven)

Het ontwerpen en implementeren van een computeralgebrapakket met kennis van/voor gebruik in de coderingstheorie en aanverwante gebieden (eindige meetkunden, block designs, e.d.). Het pakket zal semi-autonoom zijn en draaien bovenop bestaande computeralgebrasystemen, zoals het algemene MAPLE of het groepentheoretische systeem CAYLEY.

## Werkgemeenschap Analyse

*Symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen en supersymmetrische systemen* (dr. P.H.M. Kersten en prof. dr. ir. R. Martini, Universiteit Twente)

Het doel van het project is enerzijds inzicht te verwerven in de Lie-algebraïsche achtergronden van partiële differentiaalvergelijkingen die een fundamentele rol spelen in de Mathematische Fysica en anderzijds de geïntegreerde Lie-algebraïsche structuur van supersymmetrische systemen te onderzoeken.

*Tijdperiodieke oplossingen van hyperbolische differentiaalvergelijkingen* (dr. ir. A.H.P. van der Burgh en prof. dr. ir. J.W. Reijn, TU Delft)  
Stelsels aangedreven zwak niet-lineaire hyperbolische differentiaalvergelijkingen worden onderzocht op het bestaan van tijdperiodieke oplossingen. Methoden worden ontwikkeld om deze tijdperiodieke oplossingen en hun perioden bij benadering te berekenen. De kwalitatieve theorie voor gewone differentiaalvergelijkingen wordt voor een aantal interessante verschijnselen gerelateerd aan de beschouwde klasse van gestoorde hyperbolische vergelijkingen.

*Lie-groepen. Deelproject: vectorwaardige Poisson-transformaties op symmetrische ruimten* (dr. E.P. van den Ban en prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Zij  $G/K$  een (pseudo-)Riemannse symmetrische ruimte. Het is bekend dat (scalarwaardige) gemeenschappelijke eigenfuncties van de algebra der  $G$ -invariante differentiaaloperatoren op  $X$  gerealiseerd kunnen worden als Poisson getransformeerden van functies op een randcomponent van  $X$ . Een interessant probleem is in hoeverre dit mogelijk is voor secties van geometrisch natuurlijke  $G$ -homogene vectorbundels op  $X$  die oplossingen zijn van soortgelijke stelsels differentiaalvergelijkingen. Doel is voor dergelijke bundels expliciet Poisson-transformaties te bepalen en hun eigenschappen te begrijpen.

*De analyse van partiële differentiaalvergelijkingen uit de theorie der supergeleiding* (dr. B.H. Gilding en prof. dr. ir. P.J. Zandbergen, Universiteit Twente)

Supergeleiding wordt gemodelleerd door een aantal (stelsels van) partiële differentiaalvergelijkingen. Tot nu toe is er echter weinig theorie voor deze vergelijkingen ontwikkeld. Dit onder-

zoek bestudeert existentie en eenduidigheid voor geschikte randvoorwaardeproblemen en het karakteriseren van vrije randen in de oplossingen en verwante kwalitatieve eigenschappen van de oplossingen.

*Berekenen en visualiseren van invariante variëteiten in dynamische systemen* (dr. G. Vegter, prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

Doel is te komen tot een toolkit voor systematische berekening en visualisering van invariante variëteiten in lage dimensie ( $\leq 4$ ). Te denken valt aan (on-)stabiele variëteiten van evenwichten en periodieke banen, aan invariante tori en ook aan optredende hetero- en homocliene verschijnselen. De numerieke algoritmen zijn geënt op (contractie-)methoden uit existentie-bewijzen. De toolkit dient een gebruikersvriendelijk hulpmiddel te zijn bij onderzoek op het gebied van dynamische systemen, zowel in experimenten als bij het leveren van bewijzen.

*Plotselinge verandering in systemen met adiabatische variabelen* (prof. dr. ir. J. Grasman, LU Wageningen, prof. dr. ir. W. Eckhaus en prof. dr. F. Verhulst, RU Utrecht)

Door een langzame verandering van parameters kan een niet-lineair systeem plotseling van de ene limietoplossing naar de andere springen. Als de verandering een functie van de toestandsvariabelen is, dan is het moment van plotselinge verandering moeilijk te voorspellen. Toepassingen worden gevonden in de mechanica, klimatologie en de biologie. Het doel van dit onderzoek is een kwantitatieve wiskundige theorie voor deze klasse van problemen te ontwikkelen.

*Validiteit van modulatievergelijkingen van het Ginzburg-Landau type* (prof. dr. ir. W. Eckhaus, prof. dr. A. van Harten en dr. A. Doelman, RU Utrecht)

Onderzoek van de validiteit van de Ginzburg-Landau vergelijking en de stabiliteit van de Ginzburg-Landau variëteit in een algemene opzet, die de klassieke hydrodynamische problemen (Rayleigh-Bénard convectie, Poiseuille-stroming, etc.) omvat.

*Complexe analyse en approximatie. Deelproject A: Potentiaaltheorie en kwadratuurformules* (prof. dr. J. Korevaar, Universiteit van Amsterdam)

Aanvrager heeft gevonden dat er voor gebie-

den zoals de sfeer, een nauw verband is tussen goede  $n$ -punt kwadratuurformules met gelijke coëfficiënten en configuraties van  $n$  gelijke (punt)ladingen met klein corresponderend elektrostatisch veld. Doel van het onderzoek is om precieze resultaten te verkrijgen over beide onderwerpen en om verwante vragen uit de potentiaaltheorie te bestuderen.

*Niet-lineaire convectie en diffusie van verontreinigingen in poreuze media* (prof. dr. ir. C.J. van Duijn, TU Delft en prof. dr. ir. L.A. Peletier, RU Leiden)

In dit project wordt voorgesteld een aantal wetenschappelijke aspecten uit de modellering van het transport van reactieve stoffen door een poreus materiaal (bijvoorbeeld verontreinigingen in grondwater) te bestuderen. Een centrale rol speelt hierbij een niet-lineaire convectie-diffusie-vergelijking (voor het transport), gekoppeld met een gewone differentiaalvergelijking (voor de chemische reacties). Deze studie zal zich richten op de kwalitatieve analyse van de oplossingen van dit stelsel, zoals existentie, eenduidigheid, regulariteit, vrije randen, asymptotisch gedrag in de tijd, etc.

*Speciale functies en de methode van quantum-inverse verstrooiing* (prof. dr. T.H. Koornwinder, Universiteit van Amsterdam)

De methode van scheiding van variabelen zal worden beschouwd voor quantum-integreerbare stelsels van fysisch belang. Deze methode is een generalisatie van de standaardmethode van coördinaatscheiding. Zij is nauw verbonden met de representaties van kwadratische  $R$ -matrixalgebra's (quantumgroepen). Voor de algebraïsche beschrijving van de corresponderende speciale functies, die de gezamenlijke eigenfuncties zijn van het volledige stel bewegingsconstanten voor het betreffende integreerbare stelsel, zal een algemene aanpak worden ontwikkeld. Nieuwe klassen van  $q$ -speciale functies, op deze manier verkregen, zullen worden bestudeerd.

## Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde

*Aritmetische algebraïsche meetkunde* (prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen, prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en prof. dr. G.B.M. van der Geer, Universiteit van Amsterdam)

Onderzoek uitvoeren en stimuleren op het gebied der aritmetische algebraïsche meetkunde.

*Diophantische approximaties van matrices* (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden)

De studie van de benaderingen van matrices met reëel- of complexwaardige coëfficiënten door matrices met rationale of algebraïsche coëfficiënten.

*Homocliene bifurcaties met periodieke attractoren* (prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

Onderzoek naar een zekere klasse van homocliene bifurcaties waarbij een cascade van bifurcaties van (verschillende) periodieke attractoren optreedt.

*Cykels op algebraïsche variëteiten* (prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen)

Deformaties van een variëteit met behoud van een cykel. Deformaties van families.

*Numerieke getaltheorie: het ontbinden van grote gehele getallen in priemfactoren* (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden en dr. ir. H.J.J. te Riele, CWI Amsterdam)

Onderzoek van de Number Field Sieve-factorisatiemethode voor een zo groot mogelijke klasse van gehele getallen (mogelijk zelfs voor willekeurige gehele getallen). Ontwikkeling van een machine-onafhankelijke implementatie van deze methode en aanpassing en optimalisatie hiervan voor parallelle supercomputers (zoals de Cray Y-MP4 en de NEC SX-3). Onderzoek en, zo mogelijk, verhoging van de praktische bruikbaarheid van de NFS-methode. Vergelijking met de tot nu toe beste bekende algemene factorisatiemethode (MPQS) en experimentele bepaling van het interval waar NFS het wint van MPQS.

*Deelvariëteiten van de moduli-ruimte van krommen* (prof. dr. G.B.M. van der Geer en dr. C. Faber, Universiteit van Amsterdam)

- Onderzoek van complete deelvariëteiten van  $M_g$ ; constructie van complete deelvariëteiten van  $M_g$ .
- Enumeratieve meetkunde van  $M_g$ : bepaling van klassen van meetkundig gedefinieerde deelvariëteiten in de Chow-ring; interpretatie van de vermoedens van Witten.

*Modulaire krommen* (prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en dr. J. Top, RU Groningen)

Het bestuderen van de aritmetiek van de torsie-deelgroep van de groep  $E(K)$  van een elliptische

kromme  $E$  gedefinieerd over een getallenlichaam  $K$ . Het afleiden van eigenschappen van modulaire krommen. Het vergelijken van deze methoden met technieken gerelateerd aan Drinfel'd modulaire krommen.

*WINST: Wiskunde- en Informatica:*

*Samenwerkings-Thema's* (prof. dr. H. Barendregt, KU Nijmegen, prof. dr. A.M. Cohen, TU Eindhoven, prof. dr. M. Hazewinkel en prof. dr. J.W. Klop, CWI Amsterdam)

WINST is een samenwerkingsproject tussen de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) en de Stichting Informatica Onderzoek Nederland (SION). Het doel van het project is het realiseren van een vruchtbare interactie tussen de drie gebieden *theorem proving*, *term rewriting* en *symbolic computation*.

### **Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde**

*Interpreteerbaarheid en begrensde rekenkunde* (dr. D.H.J. de Jongh, Universiteit van Amsterdam en dr. A. Visser, RU Utrecht)

Onderzoek van het begrip interpreteerbaarheid in rekenkundige en verzamelingstheoretische systemen, met speciale aandacht voor systemen van begrensde rekenkunde. Tevens onderzoek van de metamathematische en complexiteitstheoretische aspecten van die begrensde systemen van rekenkunde.

*Getypeerde lambda-calculi, logica en recursietheorie* (prof. dr. H.P. Barendregt, KU Nijmegen) Het project wil voor verschillende getypeerde lambda-calculi een aantal syntactische vragen oplossen. Het belangrijkste probleem is om de bewijstheoretische en recursietheoretische sterkte van de verschillende calculi te bepalen in termen van meer bekende logische systemen.

*Exacte modellen voor fragmenten van intuïtionistische logica* (prof. dr. G.R. Renardel de Lavalette, RU Groningen en dr. D.H.J. de Jongh, Universiteit van Amsterdam) Doel van het project is het verrichten van onderzoek naar de structuur van fragmenten (c.q. hun Lindenbaum-algebra) van de intuïtionistische propositielogica (IpL). De bestudering van de zogeheten exacte modellen zal hierbij centraal staan. Het onderzoek zal ondersteund worden

door automatische stellingentesters en -bewijzers voor IpL. Er zal speciale aandacht besteed worden aan toepassingen van de resultaten van het onderzoek in de theorie van IpL, typentheorie en in de ontwikkeling van nieuwe algoritmen voor stellingenbewijzers.

*Verzamelingenleer in categorische modellen voor intuïtionistische logica en typentheorie* (dr. I. Moerdijk en prof. dr. D. van Dalen, RU Utrecht) Het doel van dit project is allereerst de categorische modellen voor intuïtionistische hogere orde logica te vergelijken met die voor intuïtionistische typentheorie, en vervolgens het verband te onderzoeken tussen interpretaties van de verzamelingenleer in deze twee soorten modellen.

### **Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica**

*Wiskundige aspecten van BRST-cohomologie* (prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht) Theoretisch natuurkundigen hebben in ijktheorieën een operator geïntroduceerd die analogie vertoont met de uitwendige differentiatie van de differentiaalmeetkunde. Alleen is ze gedefinieerd op functies, respectievelijk vormen, op oneindig-dimensionale ruimten van connecties waarop een oneindig-dimensionale ijkgroep werkt, met eindig-dimensionaal quotiënt. Het is de bedoeling om differentiaal-meetkundige, differentiaal-topologische en functionaal-analytische aspecten van de in dit verband door de natuurkundigen geïntroduceerde constructies te onderzoeken.

*Mathematische fundering van de thermodynamica* (prof. dr. M. Winnink, dr. A.C.D. van Enter, RU Groningen) Voorgesteld wordt enkele aspecten te onderzoeken van het inverse probleem uit de statistische mechanica. In het bijzonder wordt gezocht naar voorwaarden waaronder het inverse probleem oplosbaar of onoplosbaar is.

*Ergodiciteit voor grote systemen* (prof. dr. H.W. Broer, dr. A.C.D. van Enter, prof. dr. F. Takens en prof. dr. M. Winnink, RU Groningen) Centraal in het onderzoek staat het verschijnsel van ergodisch gedrag van grote systemen. In het bijzonder wordt het mogelijke bestaan van invariante tori in niet-lineaire systemen, zoals de random-vector modellen van het Heisenberg-

type, onderzocht. Recente ontwikkelingen verbinden namelijk aspecten uit de theorie van de thermodynamische systemen met die uit de theorie der niet-lineaire dynamische systemen.

*Onafhankelijkheid in de quantum-kanstheorie* (dr. J.D.M. Maassen, KU Nijmegen)  
Inventarisatie van de mogelijke realisaties van het begrip 'statistische onafhankelijkheid' in de quantum-kanstheorie. Nu bekende mogelijkheden: de tensorproduct-structuur (omvat het klassieke, commutatieve geval), de anticommutatieve tensorproduct-structuur en het gereduceerde vrije produkt (ontdekt in 1983), elk met haar eigen optelwet, centrale-limietstelling en 'witte ruis', en bovendien elk met een eigen fysische interpretatie. Het gebied lijkt rijk aan structuur, voor het grootste deel nog onontgonnen.

*Topologische veldentheorie, stringtheorie en de meetkunde van moduliruimten* (prof. dr. R.H. Dijkgraaf, Universiteit van Amsterdam)  
Het onderzoek richt zich op de relatie tussen quantumveldentheorie en stringtheorie met behulp van algebraïsch meetkundige en algebraïsch topologische methoden.

### **Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wetkunde**

*Analyse van middeleeuwse Arabische astronomische tabellen met behulp van numerieke en statistische methoden en personal computers* (prof. dr. H.J.M. Bos en dr. J.P. Hogendijk, RU Utrecht)  
Veel middeleeuwse Arabische astronomische tabellen zijn berekend op basis van parameterwaarden die niet expliciet gegeven zijn en volgens onbekende algoritmen. De parameterwaarden die werden gebruikt voor de berekening van de tabellen, waren vaak karakteristiek voor een bepaalde plaats en tijd en voor bepaalde astronomen. Kennis van deze parameters kan dus tot conclusies leiden over de ontwikkeling en verspreiding van astronomische kennis. Doel van het onderzoek is numerieke en statistische methoden te ontwikkelen om onbekende parameters te schatten uit de tabellen en om de betrouwbaarheidsgebieden van deze schattingen te bepalen. Een gebruikersvriendelijk software-pakket voor de analyse van astronomische tabellen zal worden ontwikkeld.

### **Aandachtsprogramma Wiskundige Aspecten van Niet-lineaire Dynamische Systemen**

*Dynamica van de opgedikte Arnold familie* (prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

De dynamica van de opgedikte Arnold familie speelt een belangrijke rol bij het onderzoek van resonantieverschijnselen en homocliene bifurcaties. Het voorgestelde onderzoek heeft veel aanknopingspunten met lopend onderzoek op het gebied van niet-lineaire systemen zoals de dissipatieve KAM-theorie, de theorie van 1-D afbeeldingen en de reeds genoemde homocliene bifurcaties.

*Chaos en quasi-periodiciteit in verdraaide Hopf-bifurcaties nabij cirkelsymmetrie* (prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

De verdraaide Hopf-bifurcatie is een zekere ontwikkeling van quasi-periodieke naar chaotische dynamica. Dit verschijnsel manifesteert zich in systemen met cirkelsymmetrie. In systemen zonder cirkelsymmetrie gebeurt iets dergelijks. Eenvoudige numerieke experimenten laten zien dat er in dit geval sprake is van een rijke dynamica. Het onderzoek heeft tot doel een verklaring voor dit verschijnsel te vinden.

*Passage door resonantie in adiabatisch variërende Hamilton-systemen* (prof. dr. F. Verhulst, RU Utrecht)

Het onderzoek heeft tot doel de analyse van systemen met twee vrijheidsgraden, die zich van een conservatief asymmetrisch naar een conservatief symmetrisch systeem ontwikkelen. Hierbij wordt met name aandacht besteed aan de invloed van tijdsafhankelijke processen op de integreerbaarheid van normaalvormen en het verband met adiabatische varianten.

*Dynamica van de gekoppelde Josephson junction* (dr. S.A. van Gils, Universiteit Twente)

De dynamica van globaal gekoppelde functies wordt onderzocht, zowel numeriek als analytisch, in het bijzonder in de buurt van een twist bifurcatiepunt, speciale aandacht wordt besteed aan symmetrie-aspecten.

## **Aandachtsprogramma Algoritmen in de Algebra**

*Algebraïsche aspecten van differentiaalvergelijkingen* (prof. dr. M. van der Put, RU Groningen)

Het onderzoek richt zich op het construeren van algoritmen voor het berekenen van differentiaal Galois-groepen voor een zo groot mogelijk aantal klassen van differentiaalvergelijkingen en voor de bepaling van algebraïsche oplossingen waarvan verwacht wordt dat ze bestaan op grond van vermoedens. Verder zal aandacht worden besteed aan de voltooiing van de moderne algoritmische theorie van normaalvormen.

*Lie-algebra's* (prof. dr. M. Hazewinkel en prof. dr. A.M. Cohen, CWI Amsterdam)

Het onderzoek richt zich onder andere op:

- het toepassen van bestaande basisalgoritmen voor de systematische structuurbepaling van Lie-algebra's en hun cohomologie;

- het gebruik van goede bases voor semisimpele Lie-algebra's, hun constructies en hun betekenis voor de decomposities van tensorprodukten;
- het ontwikkelen van algoritmen voor het rekenen met bases van Lusztig en Kashiwara;
- Gröbner-bases in relatie met Hopf-algebra's;
- de expliciete berekeningen voor Lie-algebra's met methoden die op Buchberger-bases berusten.

## **Aandachtsprogramma Rekenintensieve Methoden in de Stochastiek**

*Niet-parametrische schatting* (prof. dr. R.D. Gill en dr. B. Levit, RU Utrecht)

Centraal staat het onderzoek in de niet-parametrische schatting, met name het onderzoek naar asymptotisch optimale, niet-parametrische regressie schattingsprocedures met het doel de optimale snelheden van convergentie binnen bepaalde parametrische gebieden (ellipsoïden in geschikte Hilbert-ruimten) precies te bepalen.

# Publikaties

## Werkgemeenschap Numerieke Wetkunde

O. AXELSSON, HAO LU (1993). *On Eigenvalue Estimates for Block Incomplete Factorization Methods*, Report 9331, Katholieke Universiteit Nijmegen.

O. AXELSSON, HAO LU, B. POLMAN (1993). *On the Numerical Radius of Matrices and its Applications for Iterative Solution Methods*, Report 9308, Katholieke Universiteit Nijmegen.

O. AXELSSON, M. NEYTCHIEVA (1993). *Finding Eigenvalues in an Interval Using Parallelizable Algorithms*, Report 9302, Katholieke Universiteit Nijmegen.

O. AXELSSON, M. NEYTCHIEVA, B. POLMAN (1993). An application of the bordering method for solving nearly singular systems. *Proceedings Numerical Mathematics in Theory and Practice*, Plzen, January 25-26, 1993, University of West Bohemia, Department of Mathematics, 28-54.

O. AXELSSON, M. NEYTCHIEVA (1993). *The Algebraic Multilevel Iteration Methods, Theory and Applications*, Report 9346, Katholieke Universiteit Nijmegen.

J.L.M. VAN DORSSELAER, J.F.B.M. KRAAIJEVANGER, M.N. SPIJKER (1993). Linear stability analysis in the numerical solution of initial value problems. *Acta Numerica*, 199-237.

J.L.M. VAN DORSSELAER, W. HUNSDORFER (1993). *A Stability Estimate Based on Numerical Ranges with Application to a Spectral Discretization of a Convection-diffusion Equation*, Report TW-93-12, Rijksuniversiteit Leiden.

HAO LU (1993). *Fast Solution of Confluent Vandermonde Linear Systems*, Report 9303, Katholieke Universiteit Nijmegen.

HAO LU (1993). *A Uniform Consistency Barrier on Finite Difference Schemes of Positive Type for Convection-diffusion Equations*, Report 9335, Katholieke Universiteit Nijmegen.

HAO LU (1993). *Design and Analysis of Preconditioners*, Report 9337, Katholieke Universiteit Nijmegen.

A. SEGAL, C. VUIK, W. KUPPEN, M. ZIJLEMA (1993). *ISNaS-incompressible Flow Solver; Mathematical Manual*, Report 93-96, Technische Universiteit Delft.

M. ZIJLEMA (1993). *Finite Volume Discretization of the  $k - \epsilon$  Turbulence Model in General Coordinates*, Report 93-90, Technische Universiteit Delft.

## Werkgemeenschap Stochastiek

A.A. BALKEMA, L. DE HAAN, R.L. KARANDIKAR (1993). The maximum of  $n$  independent stochastic processes. *J. Applied Probability* 30, 66-81.

P.J. BICKEL, C.A.J. KLAASSEN, Y. RITOV, J.A. WELLNER (1993). *Efficient and Adaptive Estimation for Semiparametric Models*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore.

S. CHENG, L. DE HAAN, X. HUANG (1993). *Uniform Distance Between the Distribution of Hill's Estimator and the Normal Distribution Function*, Report 9307/A, Erasmus Universiteit Rotterdam.

J. EINMAHL, L. DE HAAN, HUANG XIN (1993). Estimating a multidimensional extreme-value distribution. *J. Multiv. Analysis* 47, 35-47.

L. DE HAAN (1993). *Estimating Exceedance Probabilities in Higher-dimensional Space*, Report 9304/A, Erasmus Universiteit Rotterdam.

L. DE HAAN (1993). *A Unified Criterion of the Domain of Attraction of Extreme-value Distribution*, Report 9331/A, Erasmus Universiteit Rotterdam.

L. DE HAAN, S.I. RESNICK (1993). Estimating the limit distribution of multivariate extremes. *Communications in Statistics - Stochastic Models* 9, 275-309.

L. DE HAAN, S.I. RESNICK (1993). *Estimating the Home Range*, Report 9305/A, Erasmus Universiteit Rotterdam.

L. DE HAAN, H. ROOTZÉN (1993). On the estimation of high quantiles. *J. Statist. Planning and Inference* 35, 1-13.

H. HOLWERDA (1993). *Topology and Order, Some Investigations Motivated by Probability Theory*, proefschrift, Katholieke Universiteit Nijmegen.

## Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie

- E.H.L. AARTS, H.P. STEHOUWER (1993). Neural networks and the travelling salesman problem. S. GIELE, B. KAPPEN (eds.). *Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks*, Springer-Verlag, 950-955.
- E.H.L. AARTS, J. WESSELS, P.J. ZWIETERING (1993). The applicability of neural nets for decision support. *EUFIT '93, First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, 1*, Verlag de Augustinus Buchhandlung, 379-387.
- E. ALTMAN, A. HORDIJK, F.M. SPIEKSMAN (1993). *Contraction Conditions for Average and  $\alpha$ -discount Optimality in Countable State Markov Games with Unbounded Rewards*, Technical report no. TW-93-16, Rijksuniversiteit Leiden.
- K.M. ANSTREICHER, D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1993). A long step barrier method for convex quadratic programming. *Algorithmica* 10, 365-382.
- A.C. ANTOULAS, J.C. WILLEMS (1993). A behavioral approach to linear exact modeling. *IEEE Transactions on Automatic Control* 38, 1776-1803.
- J.P.C. BLANC. Performance analysis and optimization with the power-series algorithm. L. DONATIELLO, R. NELSON (eds.). *Performance Evaluation of Computer and Communication Systems*, LNCS 729, Springer-Verlag, 53-80.
- A.H.W. GEERTS (1993). Solvability conditions, consistency, and weak consistency for linear differential-algebraic equations and time-invariant singular systems: The general case. *Linear Algebra and its Applications* 181, 111-130.
- A.H.W. GEERTS (1993). Invariant subspaces and invertibility properties for singular systems: The general case. *Linear Algebra and its Applications* 183, 61-88.
- A.H.W. GEERTS (1993). Regularity and singularity in linear-quadratic control subject to implicit continuous-time systems. *Circuits, Systems, Signal Processing* 13, 19-30.
- A.H.W. GEERTS (1993). Free end-point linear-quadratic control subject to implicit continuous-time systems: Necessary and sufficient conditions for solvability. *Kybernetika* 29, 431-438.
- A.H.W. GEERTS (1993). Output consistency and weak output consistency for continuous-time implicit systems. *Proceedings MTNS-93*, Regensburg, Germany, August 1993.
- A.H.W. GEERTS (1993). The algebraic Riccati equation and singular optimal control: The discrete-time case. *Proceedings MTNS-93*, Regensburg, Germany, August 1993.
- A.H.W. GEERTS (1993). *A Note on Lattices from Euclidean Subspaces*, Research memorandum FEW, Katholieke Universiteit Tilburg.
- A.H.W. GEERTS (1993). *Stability Concepts for General Continuous-time Implicit Systems: Definitions, Hautus Tests and Lyapunov Criteria*, Research memorandum FEW, Katholieke Universiteit Tilburg.
- L.C.G.J.M. HABETS (1993). *On the Genericity of Stabilizability of Time-delay Systems*, Memorandum COSOR 93-14, Technische Universiteit Eindhoven.
- L.C.G.J.M. HABETS (1993). *Testing Reachability and Stabilizability of Systems over Polynomial Rings Using Gröbner Bases*, Memorandum COSOR 93-29, Technische Universiteit Eindhoven.
- L.C.G.J.M. HABETS (1993). A reachability test for systems over polynomial rings using Gröbner bases. *Proceedings American Control Conference 1993*, San Francisco, 226-230.
- H. HAMERS (1993). Reducing sequencing situations. *Proceedings Operations Research '92*.
- H. HAMERS (1993). A silent duel over a cake. *Zeitschrift für Operations Research*.
- H. HAMERS, I. CURIEL, J. POTTERS, S. TIJS (1993). *The Equal Gain Splitting Rule for Sequencing Situations and the General Nucleolus*, Research memorandum FEW 629, Katholieke Universiteit Tilburg.
- D. DEN HERTOOG, C. ROOS, J. KALISKI, T. TERLAKY (1993). *A Logarithmic Barrier Cutting Plane Method for Convex Programming*, Report 93-43, Technische Universiteit Delft.
- D. DEN HERTOOG, C. ROOS, J. KALISKI, T. TERLAKY (1993). *A Note on Central Cutting Plane Methods for Convex Programming*, Report 93-44, Technische Universiteit Delft.
- D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1993). The linear complementarity problem, sufficient matrices, and the Criss-Cross method. *Linear Algebra and its Applications* 187, 1-14.
- W.B. VAN DEN HOUT, J.P.C. BLANC (1993). *The Power-series Algorithm Extended to the BMAP/PH/1 Queue*, Center discussion paper 9360, Katholieke Universiteit Brabant.
- A. HORDIJK, G.M. KOOLE, J.A. LOEVE (1993). *Analysis of a Customer Assignment Model with no State Information*, Technical report TW-93-15, Rijksuniversiteit Leiden.
- A. HORDIJK, J.A. LOEVE (1993). *Undiscoun-*



*ted Markov Decision Chains with Partial Information; An Algorithm for Computing a Locally Optimal Periodic Policy*, Technical report TW-93-10, Rijksuniversiteit Leiden.

A. HORDIJK, F.M. SPIEKSMAS (1993). *A New Formula for the Deviation Matrix*, Technical report no. TW-93-08, Rijksuniversiteit Leiden.

B. JANSEN, J.J. DE JONG, C. ROOS, T. TERLAKY (1993). *Sensitivity Analysis in Linear Programming: Just be Careful*, Report Amer.93.022, Royal/Shell Laboratories Amsterdam, Amsterdam.

B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY (1993). *The Theory of Linear Programming: Skew Symmetric Selfdual Problems and the Central Path*, Report 93-15, Technische Universiteit Delft.

B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY (1993). *A Polynomial Primal-dual Dikin-type Algorithm for Linear Programming*, Report 93-36, Technische Universiteit Delft.

B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY (1993). *A Family of Polynomial Affine Scaling Algorithms for Positive Semi-Definite Linear Complementarity Problems*, Report 93-112, Technische Universiteit Delft.

B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY, J.-PH. VIAL (1993). *Primal-Dual Target-Following Algorithms for Linear Programming*, Report 93-107, Technische Universiteit Delft.

B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY, J.-PH. VIAL (1993). Interior-point methodology for linear programming: duality, sensitivity, analysis and computational aspects. K. FRAUENDORFER, H. GLAVITSCH, R. BACHER (eds.). *Optimization in Planning and Operation of Electric Power Systems*, Lecture Notes of the SVOR/ASRO Tutorial (Thun, Switzerland, October 14-16, 1992), Physica-Verlag, Heidelberg.

B.A.M. VAN KEULEN (1993). *The  $H_\infty$ -control Problem for Distributed Parameter Systems: A State-space Approach*, Birkhäuser.

B.A.M. VAN KEULEN (1993).  *$H_\infty$ -control for Infinite-dimensional Systems: A State-space Approach*, proefschrift, Rijksuniversiteit Groningen.

B.A.M. VAN KEULEN (1993).  $H_\infty$ -control with measurement feedback for linear infinite-dimensional systems. *Journal of Math. Systems, Estimation and Control* 3, 373-411.

B.A.M. VAN KEULEN (1993). A state-space approach to  $H_\infty$ -control problem for infinite-dimensional systems. R.F. CURTAIN, A. BENSOUSSAN, J.L. LIONS (eds.). *Analysis and Optimization of Systems: State and Frequency*

*Domain Approaches for Infinite-Dimensional Systems, Proceedings of the 10th International Conference on Analysis and Optimization*, June 9-12, 1992, Sophia-Antipolis, France, *LNCIS* 185, Springer-Verlag, 46-71.

B.A.M. VAN KEULEN, R.F. CURTAIN, M. PEETERS (1993).  $H_\infty$ -control with state feedback: the infinite-dimensional case. *Journal of Math. Systems, Estimation and Control* 3, 1-39.

R.L.M. PEETERS (1993). *System Identification based on Riemannian Geometry: Theory and Algorithms*, Tinbergen Institute Research Series 64, Rotterdam.

F.M. SPIEKSMAS, R.L. TWEEDIE (1993). Strengthening ergodicity to geometric ergodicity for Markov chains. *Stochastic Models* 10.

## Werkgemeenschap Discrete Wiskunde

A.E. BROUWER (1993). On complete regularity of extended codes. *Discrete Math.* 117, 271-273.

A.E. BROUWER (1993). The linear programming bound for binary linear codes. *IEEE Trans. Inform. Th.* 39, 677-680.

A.E. BROUWER (1993). The complement of a geometric hyperplane in a generalized polygon is usually connected. F. DE CLERCK et al. (ed.). *Finite Geometry and Combinatorics - Proc. Deinzee 1992*, London Math. Soc. Lect. Note Ser. 191, Cambridge University Press, 53-57.

A.E. BROUWER, I.J. DEJTER, C. THOMASSEN (1993). Highly symmetric subgraphs of hypercubes. *J. Alg. Comb.* 2, 25-29.

A.E. BROUWER, W.H. HAEMERS (1993). The Gewirtz graph - an exercise in the theory of graph spectra. *Europ. J. Comb.* 14, 397-407.

A.E. BROUWER, J.H. KOOLEN (1993). A new infinite series of regular uniformly geodesic code graphs. *Discr. Math.* 120, 241-247.

A.E. BROUWER, L.M.G.M. TOLHUIZEN (1993). A sharpening of the Johnson bound for binary linear codes and the nonexistence of linear codes with Preparata parameters. *Designs, Codes & Cryptography* 3, 95-98.

I.M. DUURSMA (1993). Algebraic decoding using special divisors. *IEEE Transactions on Inform. Theory* 39, 694-698.

I.M. DUURSMA (1993). Majority coset decoding. *IEEE Transactions on Inform. Theory* 39, 1067-1070.

I.M. DUURSMA (1993). Partition designs on divisor class groups and weight distributions. *Proceedings Sixth Joint Russian-Swedish Work-*

shop on Inform. Theory, August 1993, 128-131.

I.M. DUURSMA (1993). *Decoding Codes from Curves and Cyclic Codes*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.

I.M. DUURSMA (1993). Geometric Goppa codes, hoofdstuk 4.6 van het boek *Error-correcting Codes: a First Course* van H. van Tilborg, Lund Studentlitteratur.

I.M. DUURSMA, R. KÖTTER (1993). Error-locating pairs for cyclic codes. *Proceedings Sixth Joint Russian-Swedish Workshop on Inform. Theory*, August 1993, 123-127.

M. VAN EUPEN, J.H. VAN LINT (1993). On the minimum distance of ternary cyclic codes. *IEEE Trans. Inf. Th.* 39, 409-422.

G. FANG, H.C.A. VAN TILBORG, FENG-WENG SUN, I.S. HONKALA (1993). Some features of binary block codes for correcting asymmetric errors. *Lecture Notes in Computer Science* 673, 105-120, Springer-Verlag.

FENG-WEN SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1993). Approaching channel capacity by equiprobably signaling on the Gaussian channels. *IEEE Trans. on Information Theory*, IT-39.

FENG-WEN SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1993). Bounded-distance decoding of the Golay code and the Leech lattice. *Proceedings of 1993 IEEE Information Theory Workshop*, Suizuoka, Japan, 10-11.

FENG-WEN SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1993). Decoding lattice partitions with application to decoding coset codes. *Proceedings of 1993 IEEE International Symposium on Information Theory*, San Antonio, USA, 66.

FENG-WEN SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1993). Multilevel codes, some examples and their decoding. *Proceedings of the 2nd International Winter Meeting on Coding and Information Theory*, Essen, Germany, 42.

FENG-WEN SUN, H.C.A. VAN TILBORG (1993). The octacode, Leech lattice and decoding algorithms. *Proceedings of the 2nd International Winter Meeting on Coding and Information Theory*, 43, Essen, Germany.

C. KIRFEL, R. PELLIKAAN (1993). *The Minimum Distance of Codes in an Array Coming from Telescopic Semigroups*, preprint april 1993.

C. MUNUERA, R. PELLIKAAN (1993). Self-dual and decomposable geometric Goppa codes. P. CAMION, P. CHARPIN, S. HARARI (eds.). *Eurocode 92*, Udine, CISM Courses and Lectures 339, Springer-Verlag, Wien-New York, 77-87.

C. MUNUERA, R. PELLIKAAN (1993). Equality

of geometric Goppa codes and equivalence of divisors. *Journal of Pure and Applied Algebra* 90, 229-252.

R. PELLIKAAN (1993). On the efficient decoding of algebraic-geometric codes. P. CAMION, P. CHARPIN, S. HARARI (eds.). *Eurocode 92*, Udine, CISM Courses and Lectures 339, Springer-Verlag, Wien-New York, 231-253.

R. PELLIKAAN (1993). *On the Existence of Error-correcting Pairs*, preprint september 1993.

R. PELLIKAAN, B.-Z. SHEN (1993). Decoding geometric Goppa codes by using computer algebra. *Proceedings of IEEE Information Theory Workshop 1993*, Susono-Shi, Japan, June 1993, 83-84.

R. STRUIK (1993). Constructive nonexistence proofs for linear covering codes. *Proceedings of ISIT'93, International Symposium on Information Theory*, San Antonio, 17-22 January 1993, 369.

R. STRUIK (1993). Constructions for covering codes - survey and new results. *French-Israeli Workshop on Algebraic Coding Theory*, 19-21 July 1993, ENST, Paris.

## Werkgemeenschap Analyse

TH. VAN BEMMELEN (1993). *Symmetry Computations with Total Derivative Operators*, proefschrift, Universiteit Twente.

TH. VAN BEMMELEN (1993). Applications of coverings and nonlocal symmetries. *Journal of Physics A: math & general* 26, 6409-6420.

P. BOLLERMAN (1993). *Validity Results for Ginzburg-Landau's Equation*, Preprint Nr. 800, Universiteit Utrecht.

P.L. CHRISTIANSEN, M.F. JORGENSEN, V.B. KUZNETSOV (1993). On integrable systems close to the Toda lattice. *Lett. Math. Phys.* 29, 165-173.

J.C. EILBECK, V.Z. ENOL'SKII, V.B. KUZNETSOV, D.V. LEYKIN (1993). Linear  $r$ -matrix algebra for systems separable in parabolic coordinates. *Phys. Lett. A* 180, 208-214.

J.C. EILBECK, V.Z. ENOL'SKII, V.B. KUZNETSOV, A.V. TSIGANOV (1993). *Linear  $r$ -matrix Algebra for Classical Separable Systems*, Report 93-11, Mathematical preprint series, Universiteit van Amsterdam.

V.Z. ENOL'SKII, V.B. KUZNETSOV, M. SALLERNO (1993). *On the Quantum Inverse Scattering Method for the DST Dimer*, preprint.

B.H. GILDING, M. VALLENTGOED (1993). *A Nonlinear Degenerating Parabolic Problem from the Theory of Type II Superconductors*, Memo-

randum 1112, Universiteit Twente.

A. HOMBURG, H.M. OSINGA, G. VEGTER (1993). *Numerical Computation of Invariant Manifolds*, Technical report W9306, Rijksuniversiteit Groningen.

E.G. KALNINS, V.B. KUZNETSOV, W. MILLER, JR. (1993). *Quadrics on Complex Riemannian Spaces of Constant Curvature, Separation of Variables and the Gaudin Magnet*, IMA Preprint Series # 1153, University of Minnesota.

T.H. KOORNWINDER, V.B. KUZNETSOV (1993). *Gauss Hypergeometric Function and Quadratic R-matrix Algebras*, Report 93-24, Mathematical preprint series, Universiteit van Amsterdam.

J. KOREVAAR (1993). Living in a Faraday cage. J.J.O.O. WIEGERINCK (ed.). *Complex Analysis and Related Topics*, Report 93-25, Universiteit van Amsterdam, 103-109.

J. KOREVAAR (1993). *Approximation of Integrals by Arithmetic Means and Related Matters*, preprint, Universiteit van Amsterdam.

J. KOREVAAR, J.L.H. MEYERS (1993). Massive coalescence of nodes in Chebyshev-type quadrature on  $[-1, 1]$ . *Indag. Math., N.S. 4*, 327-338.

J. KOREVAAR, J.L.H. MEYERS (1993). *Chebyshev-type Quadrature on Multidimensional Domains*, Report 93-01, Universiteit van Amsterdam.

J. KOREVAAR, J.L.H. MEYERS (1993). Spherical Faraday cage for the case of equal point charges and Chebyshev-type quadrature on the sphere. *Integral Transforms and Special Functions 1*, 105-117.

A.B.J. KUIJLAARS (1993). The minimal number of nodes in Chebyshev type quadrature formulas. *Indag. Math., N.S. 4*, 339-362.

A.B.J. KUIJLAARS (1993). *Chebyshev-type Quadrature and Partial Sums of the Exponential Series*, Report 93-07, Universiteit van Amsterdam.

A.B.J. KUIJLAARS, J.G. CLUNIE (1993). *Approximation by Polynomials with Restricted Zeros*, Report 93-02, Universiteit van Amsterdam.

A.B.J. KUIJLAARS, T.L. MCCOY (1993). Answer to a query concerning the mapping  $w = z^{1/m}$ . *Indag. Math., N.S. 4*, 479-481.

V.B. KUZNETSOV, A.V. TSIGANOV (1993). Quantum relativistic Toda lattices. *Differential Geometry, Lie Groups and Mechanics 13*, Zap. Nauchn. Sem. POMI 205, 71-89.

G.J.M. MAREE (1993). Sudden change in a second-order non-linear system with a slowly varying parameter. *Int. J. Non-linear Mechanics*

28, 409-426.

G.J.M. MAREE (1993). *Slow Passage Through a Parabolic Bifurcation*, Technical note 93-05, Landbouwniversiteit Wageningen.

M.A. MONTERIE (1993). *Capacities of Certain Cantor Sets*, Report 93-18, Universiteit van Amsterdam.

M.A. PELETIER (1993). *Selfsimilar Solutions of a Nonlinear Transport Equation*, Report 93-42, Technische Universiteit Delft.

H. VAN DER VEN (1993). *Vector Valued Poisson Transforms on Riemannian Symmetric Spaces of Rank One*, proefschrift, Universiteit Utrecht.

### Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde

KE-ZHENG LI, F. OORT (1993). *Moduli of Supersingular Abelian Varieties*, Preprint 824, Universiteit Utrecht.

B.J.J. MOONEN, YU.G. ZARHIN (1993). *Hodge Classes and Tate Classes on Simple Abelian Fourfolds*, Preprint 819, Universiteit Utrecht.

G.N. TEN HAVE (1993). Structure of the  $n$ -th roots of a matrix. *Linear Algebra and its Applications 187*, 59-66.

G.N. TEN HAVE (1993). *Diophantine Analysis of Matrices*, proefschrift, Rijksuniversiteit Leiden.

A.J. HOMBURG (1993). *Some Global Aspects of Homoclinic Bifurcations of Vector Fields*, proefschrift, Rijksuniversiteit Groningen.

A.J. HOMBURG (1993). *Homoclinic Intermittency*, Report W-9302, Rijksuniversiteit Groningen.

J. HUISMAN (1993). *On Real Algebraic Vector Bundles*, Preprint 834, Universiteit Utrecht.

J. HUISMAN (1993). *On the Number of Connected Components of Real Abelian Varieties that Admit Sufficiently many Complex Multiplications*, Preprint 835, Universiteit Utrecht.

R. SOMMELING (1993). *Characteristic Classes for Irregular Singularities*, proefschrift, Katholieke Universiteit Nijmegen.

### Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde

A.J.C. HURKENS (1993). *Borel Determinacy without the Axiom of Choice*, proefschrift, Katholieke Universiteit Nijmegen.

B. JACOBS (1993). Comprehension categories and the semantics of type dependency. *Theor. Comp. Sci. 107*, 169-207.

B. JACOBS (1993). Semantics of lambda-I and of other substructure lambda calculi. M. BEZEM, J.F. GROOTE (eds.). *Typed Lambda Calculi and Applications*, LNCS 664, 195-208.

B. JACOBS, T. MELHAM (1993). Translating dependent type theory into higher order logic. M. BEZEM, J.F. GROOTE (eds.). *Typed Lambda Calculi and Applications*, LNCS 664, 209-229.

M. KALSBECK (1993). *The Vanilla Meta-interpreter for Definite Logic Programs and Ambivalent Syntax*, Technical report CT-93-01, ILLC, Universiteit van Amsterdam.

L.C. VERBRUGGE (1993). *Efficient Meta-mathematics*, proefschrift, Universiteit van Amsterdam.

### **Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica**

G. DERKS, S.A. VAN GILS (1993). On the uniqueness of traveling waves in perturbed Korteweg-de Vries equations. *Jap. Journ. of Indus. and Appl. Math.* 10, No. 3, 413-430.

G. DERKS, E. VAN GROESEN (1993). *Dissipation in Hamiltonian Systems: Decaying Cnoidal Waves*, memorandum 1151, Universiteit Twente.

R. DIJKGRAAF (1993). Integrable hierarchies and quantum gravity. G.F. HELMINCK (ed.). *Aspects of Integrable Systems*, 67-89.

R. DIJKGRAAF, G. MOORE, R. PLESSER (1993). The partition function of 2d string theory. *Nucl. Phys. B* 394, 356-382.

A.C.D. VAN ENTER, R. FERNÁNDEZ, A.D. SOKAL (1993). Regularity properties and patho-

logies of position-space renormalization group transformations: scope and limitations of Gibbsian theory. *J. Stat. Phys.* 72, 879-1169.

B.W. VAN DE FLIERT, E. VAN GROESEN (1993). On variational principles for coherent vortex structures. *Appl. Sci. Res.* 51, 399-403.

C.P.M. GEERSE (1993). *Statistical Mechanics on Inflation-generated Tilings*, proefschrift, Rijksuniversiteit Groningen.

E. VAN GROESEN (1993). Symmetry methods in symmetry-broken systems. ALGOWER, GEORG, MIRANDA (eds). *Exploiting Symmetry in Applied and Numerical Analysis*.

J.B. KALKMAN (1993). *A BRST Model Applied to Symplectic Geometry*, proefschrift, Universiteit Utrecht.

W. VAN DER LUGT, M. WINNINK (1993). Some remarks on the reverse Monte Carlo Method. *Physica B191*, 217-219.

### **Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde**

B. VAN DALEN (1993). *Ancient and Mediaeval Astronomical Tables: Mathematical Structure and Parameter Values*, proefschrift, Universiteit Utrecht.

E.J. ATZEMA (1993). *The Structure of Systems of Lines in 19th Century Geometrical Optics: Malus' Theorem and the Description of the Infinitely Thin Pencil*, proefschrift, Universiteit Utrecht.

## Academische promoties

In het verslagjaar promoveerden 13 wetenschappelijke onderzoekers, die in het kader van de Landelijke Activiteiten Wiskunde hun onderzoek hadden verricht:

- B.A.M. van Keulen; op 26 februari aan de Rijksuniversiteit Groningen op het proefschrift  *$\mathcal{H}_\infty$ -Control for Infinite-Dimensional Systems; A State-Space Approach*.  
Promotor: prof. dr. R.F. Curtain.
- H. van der Ven; op 1 maart aan de Universiteit Utrecht op het proefschrift *Vector Valued Poisson Transforms on Riemannian Symmetric Spaces of Rank One*.  
Promotores: prof. dr. J.J. Duistermaat en dr. E.P. van den Ban.
- E.J. Atzema; op 5 april aan de Universiteit Utrecht op het proefschrift *The Structure of Systems of Lines in 19th Century Geometrical Optics: Malus' Theorem and the Description of the Infinitely Thin Pencil*.  
Promotor: prof. dr. H.J.M. Bos.
- A.J. Homburg; op 28 mei aan de Rijksuniversiteit Groningen op het proefschrift *Some Global Aspects of Homoclinic Bifurcations of Vector Fields*.  
Promotor: prof. dr. F. Takens.
- T. van Bemmelen; op 3 juni aan de Universiteit Twente op het proefschrift *Symmetry Computations with Total Derivative Operators*.  
Promotor: prof. dr. ir. R. Martini.
- R. Sommeling; op 21 juni aan de Katholieke Universiteit Nijmegen op het proefschrift *Characteristic Classes for Irregular Singularities*.  
Promotor: prof. dr. A.H.M. Levelt.
- A.J.C. Hurkens; op 28 juni aan de Katholieke Universiteit Nijmegen op het proefschrift *Borel Determinacy without the Axiom of Choice*.  
Promotor: prof. dr. H.P. Barendregt.
- I.M. Duursma; op 13 september aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Decoding Codes from Curves and Cyclic Codes*.  
Promotores: prof. dr. J.H. van Lint en prof. dr. H. Stichtenoth.
- Mevrouw L.C. Verbrugge; op 14 september aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Efficient Metamathematics*.  
Promotor: prof. dr. A.S. Troelstra.
- B. van Dalen; op 20 september aan de Universiteit Utrecht op het proefschrift *Ancient and Mediaeval Astronomical Tables: Mathematical Structure and Parameter Values*.  
Promotor: prof. dr. H.J.M. Bos.
- J.B. Kalkman; op 30 september aan de Universiteit Utrecht op het proefschrift *A BRST Model Applied to Symplectic Geometry*.  
Promotor: prof. dr. J.J. Duistermaat.
- G.N. ten Have; op 6 oktober aan de Rijksuniversiteit Leiden op het proefschrift *Diophantine Analysis of Matrices*.  
Promotor: prof. dr. R. Tijdeman.
- H. Holwerda; op 22 november aan de Katholieke Universiteit Nijmegen op het proefschrift *Topology and Order, Some Investigations Motivated by Probability Theory*.  
Promotor: prof. dr. W. Vervaat (Université Claude Bernard Lyon 1).

# BIJLAGE 1

## BELEIDSORGANEN VAN DE

### STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM

#### Curatorium

Per 31 december was het Curatorium als volgt samengesteld:

Prof. dr. ir. G.Y. Nieuwland	voorzitter
Prof. dr. Th.M.A. Bemelmans	vice-voorzitter
Ir. C.M.N. Belderbos	
Ir. A. Boesveld	
Prof. drs. B.K. Brussaard	
Prof. C.H.A. Koster	
Prof. dr. J.H. van Lint	per 1 december
Ir. W. Loeve	tot 1 februari
Dr. A.H.G. Rinnooy Kan	
Prof. dr. A. van der Sluis	
Prof. dr. J.H.M. Steenbrink	
J.A. Symes	
Prof. dr. W. R. van Zwet	per 1 december

#### Directie

Deze was als volgt samengesteld:

Prof. dr. P.C. Baayen	wetenschappelijk directeur
Dr. ir. G. van Oortmerssen	zakelijk directeur

#### Wetenschapscommissie

De wetenschapscommissie bestond per 31 oktober uit de volgende personen:

Prof. dr. ir. H. Kwakernaak	voorzitter
Prof. dr. D. Siersma	vice-voorzitter
Prof. dr. ir. O.J. Boxma	
Prof. dr. G. van Dijk	
Prof. dr. G.B.M. van der Geer	
Prof. dr. ir. M.L.J. Hautus	
Prof. dr. P.W. Hemker	
Prof. dr. M.A. Kaashoek	
Dr. J.A.C. Kolk	

Prof. dr. H.G. Meijer
Dr. I. Moerdijk
Prof. dr. A. Schrijver
Prof. dr. F.W. Steutel
Prof. dr. ir. P. Wesseling
Prof. dr. M. Winnink

benevens met raadgevende stem:

Prof. dr. P.C. Baayen	wetenschappelijk directeur
W.A.M. Aspers	uitvoerend secretaris

Het dagelijks bestuur van de Wetenschapscommissie werd gevormd door:

Prof. dr. G. van Dijk
Prof. dr. ir. H. Kwakernaak
Prof. dr. D. Siersma

De vergaderingen werden bijgewoond door:

Prof. dr. J.H.M. Steenbrink	Curatorium SMC
Dr. N.J. Kos	NWO (GB-E)

#### Wetenschappelijke Raad

De Wetenschappelijke Raad bestond op 31 december uit de volgende personen:

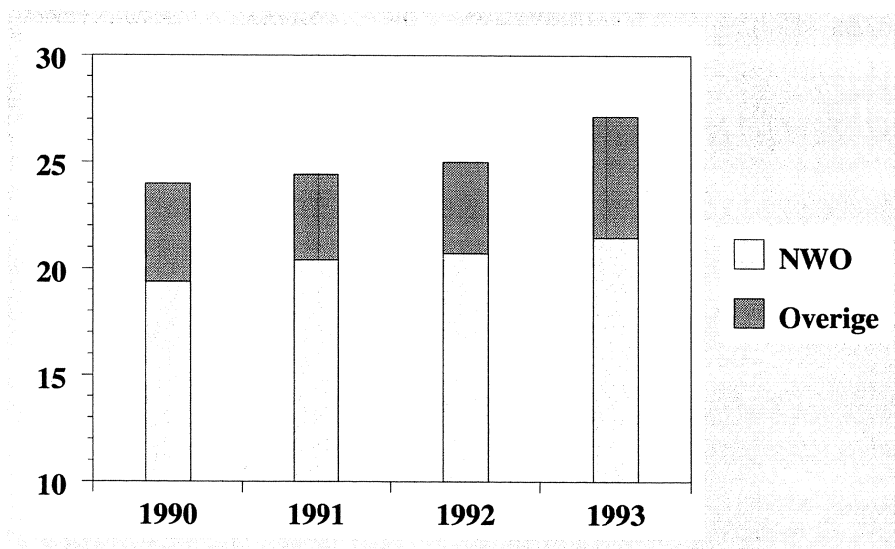
Prof. dr. ir. J.H.A. de Smit	voorzitter
Prof. dr. G. van Dijk	
Prof. dr. ir. H. Kwakernaak	
Prof. dr. E.J.N. Looijenga	
Prof. dr. A. Schrijver	

De vergadering werd bijgewoond door:

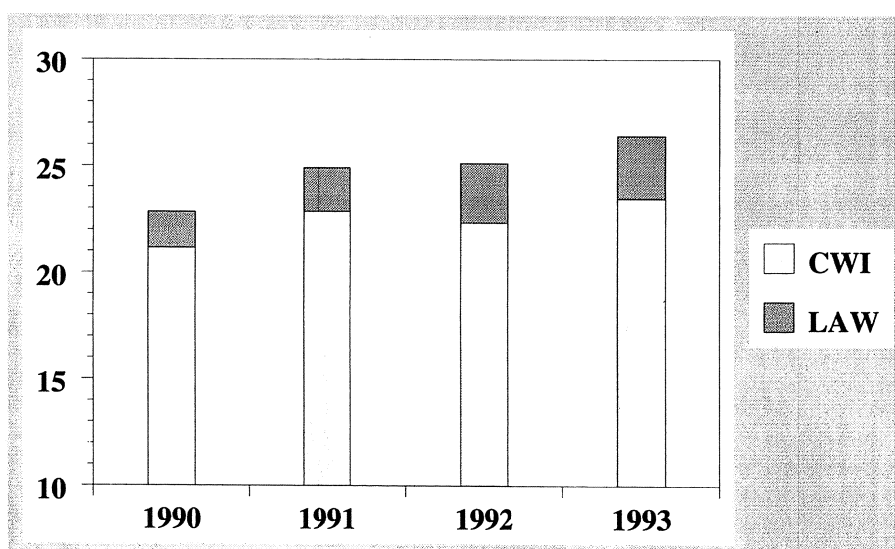
Dr. ir. G. van Oortmerssen	zakelijk directeur
Prof. dr. J.H.M. Steenbrink	Curatorium SMC
W.A.M. Aspers	uitvoerend secretaris

## BIJLAGE 2

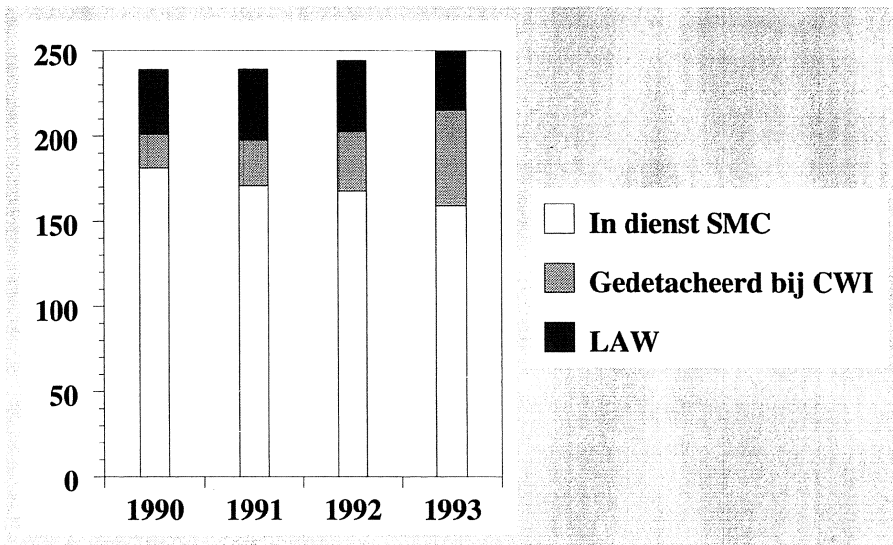
# FINANCIËN, PERSONEEL EN PROMOTIES



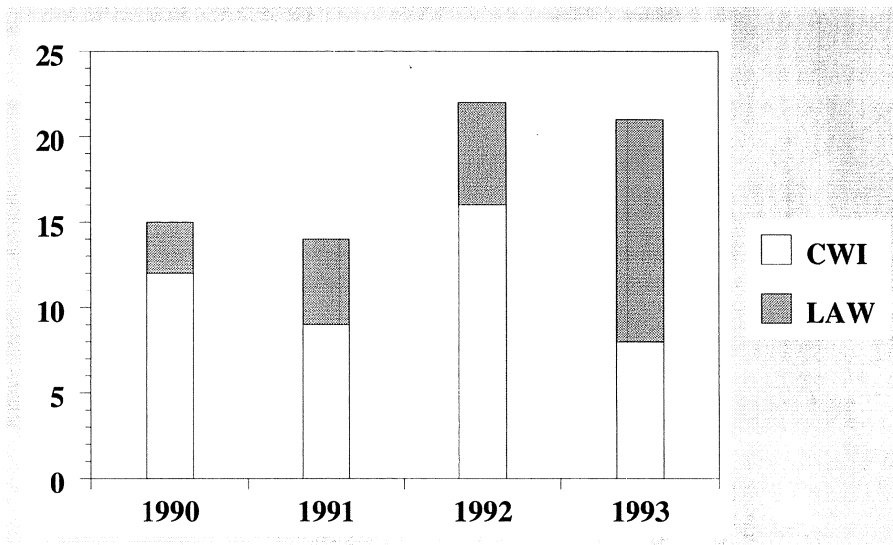
*Figuur 1. Inkomsten in Mf*



*Figuur 2. Uitgaven in Mf*



*Figuur 3. Personeel in fte*



*Figuur 4. Academische promoties*